Inhalt der Vorlesung A1

1. Einführung

- Methode der Physik
- Physikalische Größen
- Übersicht über die vorgesehenen Themenbereiche

2. Teilchen

- **A. Einzelne Teilchen**
- Beschreibung von Teilchenbewegung
  - Kinematik: Quantitative Erfassung
  - Dynamik: Ursachen der Bewegung
- Kräfte
- Arbeit + Leistung, Energie
- Erhaltungssätze: Energie- und Impulserhaltung
- Drehbewegung
- Schwingungen, harmonischer Oszillator

Energieerhaltung

Betrachtung in einer Dimension

2. Newton‘sches Axiom

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F$$

Multiplikation mit der Geschwindigkeit

$$m\frac{d^2x}{dt^2}\cdot\frac{dx}{dt} = F\cdot\frac{dx}{dt}$$

Zwei kleine Umformungen:

Annahme: Es wirken nur Kräfte, die sich aus einem Potential ableiten lassen.

(1) $$F_{ext} = -\frac{dE_{pot}}{dx} \qquad m\frac{d^2x}{dt^2}\cdot\frac{dx}{dt} = -\frac{dE_{pot}}{dx}\cdot\frac{dx}{dt} = -\frac{dE_{pot}}{dt}$$

(2) $$m\frac{d^2x}{dt^2}\cdot\frac{dx}{dt} = \frac{m}{2}\frac{d}{dt}\left(\left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{m}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right) = \frac{d}{dt}E_{kin}$$

Wir fassen zusammen:

$$\frac{d}{dt}E_{kin} = -\frac{d}{dt}E_{pot}$$

oder:

$$\frac{d}{dt}\left(E_{kin} + E_{pot}\right) = 0$$

$$\boxed{E_{kin} + E_{pot} = const.}$$

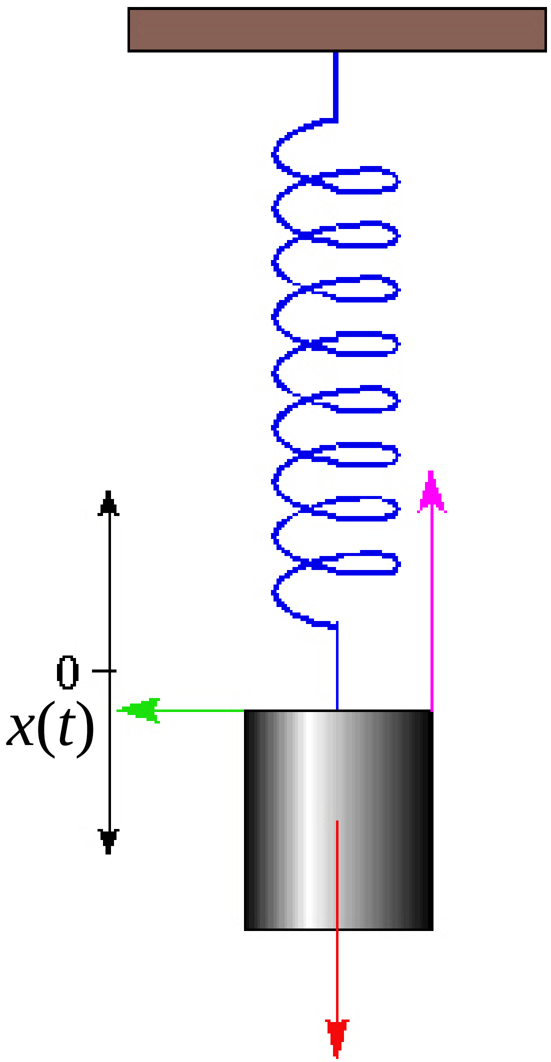
Satz von der Energieerhaltung

Die Summe der mechanischen Energieformen (kinetische und potentielle Energie) bleibt erhalten.

$$E = E_{\mathrm{kin}} + E_{\mathrm{pot}} = \mathrm{const.}$$

Potentielle und kinetische Energie können ineinander umgewandelt werden.

Beispiel: Federpendel



Kinetische und potentielle Energie können ineinander umgewandelt werden.

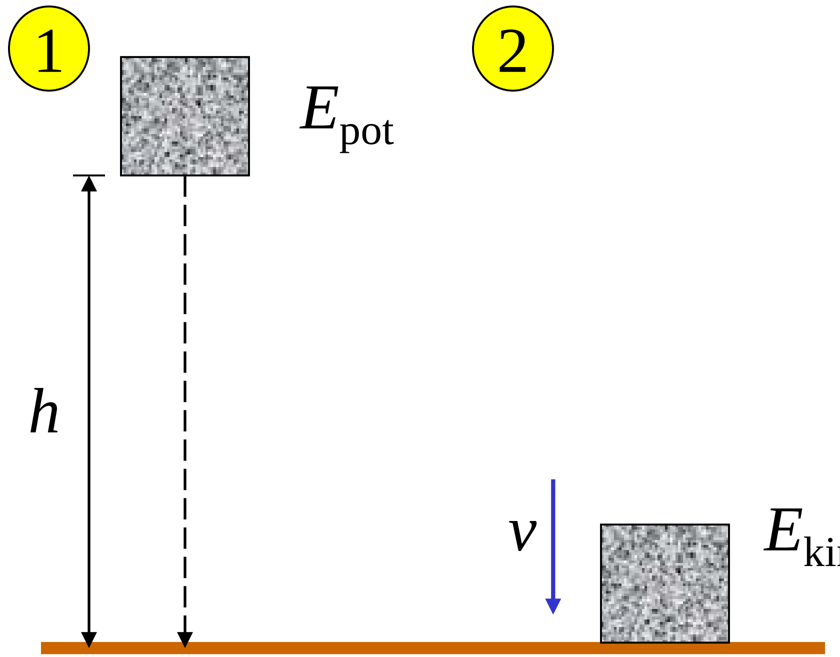
kinetische Energie ⟺ **potentielle Energie**

Beispiel: Federpendel

Wenn die Masse m in die Höhe h gehoben wird, dann hat sie *potentielle Energie* gewonnen.
Lässt man die Masse wieder fallen, gewinnt sie offensichtlich *kinetische Energie*.

Beispiel:

Eine Masse befindet sich in einer Höhe h über dem Boden in Ruhe. Dann läßt man die Masse fallen. Frage: Mit welcher Geschwindigkeit trifft sie auf dem Boden auf ?



1

$$E^{(1)} = E_{\text{kin}}^{(1)} + E_{\text{pot}}^{(1)} = m\,g\,h$$

Die potentielle Energie in der Höhe h ist $E_{\text{pot}}^{(1)} = m\,g\,h$

Da die Masse in Ruhe ist, hat sie keine kinetische Energie $E_{\text{kin}}^{(1)} = 0$

2

$$E^{(2)} = E_{\text{kin}}^{(2)} + E_{\text{pot}}^{(2)} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_{\text{pot}}^{(2)} = 0$$

Beim Auftreffen auf den Boden ist die potentielle Energie verschwunden, die Masse ist aber auf die Geschwindigkeit v beschleunigt worden. Dann gilt für die Energien

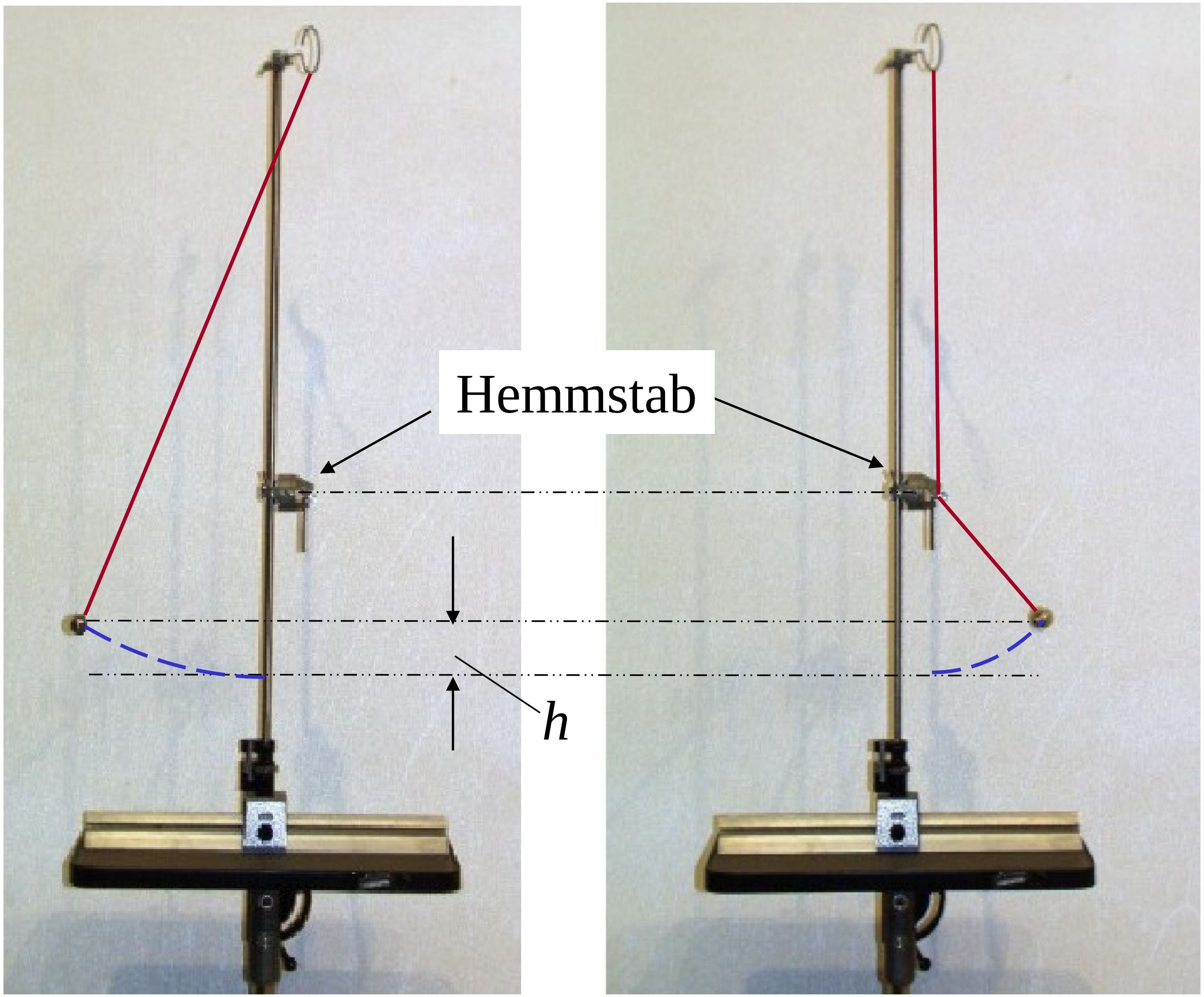
$$E_{\text{kin}}^{(2)} = \frac{1}{2} m\,v^2$$

Die Geschwindigkeit beim Auftreffen auf den Boden ist also:

$$\boxed{v = \sqrt{2\, g\, h}}$$

Dieses Ergebnis hatten wir auch schon auch mit den Methoden der Kinematik erhalten, die Berechnung über die Energieerhaltung ist hier aber wesentlich einfacher.

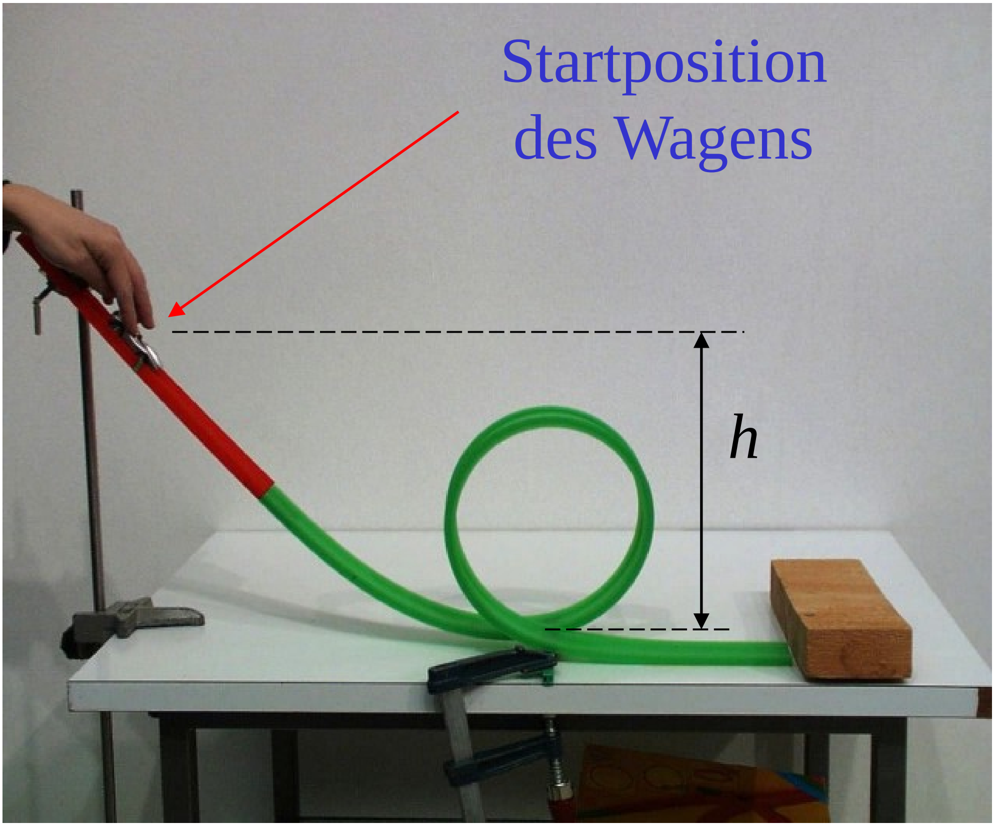
Versuch: „Hemmpendel“

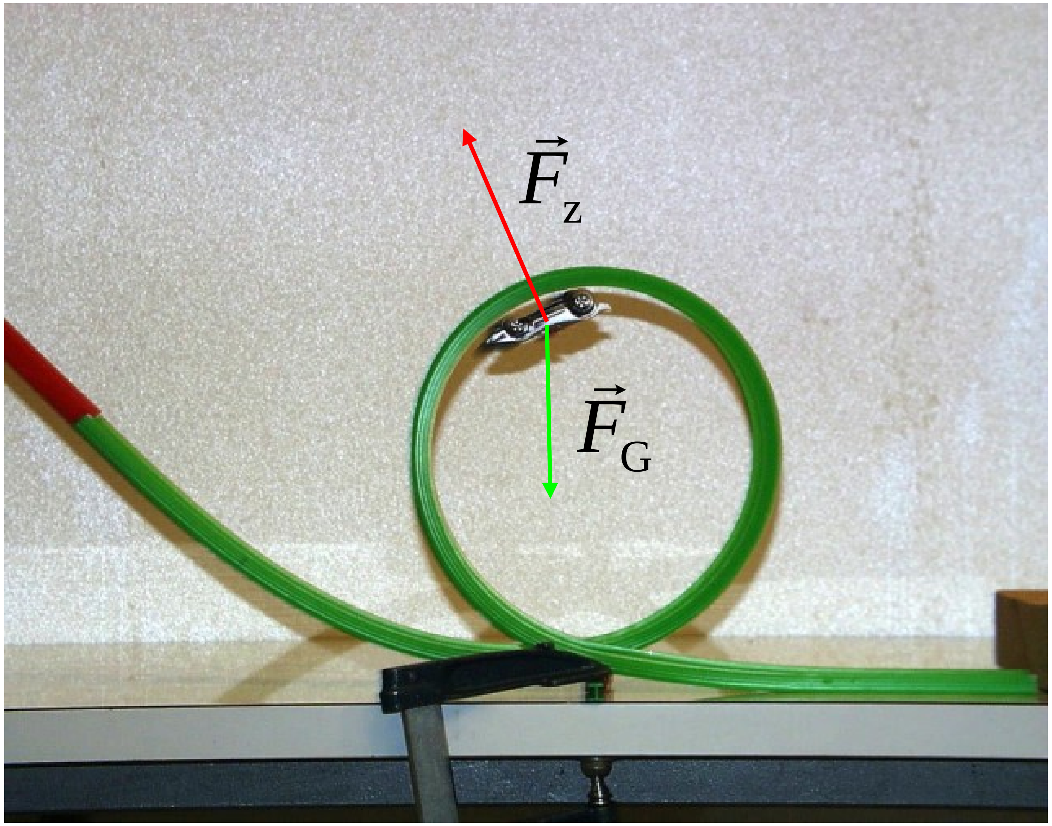


Die Kugel des Fadenpendels schwingt auf beiden Seiten auf die gleiche Höhe *h*, unabhängig von der Position des Hemmstabs. In dieser Höhe ist die kinetische Energie vollständig in potentielle Energie umgewandelt worden.

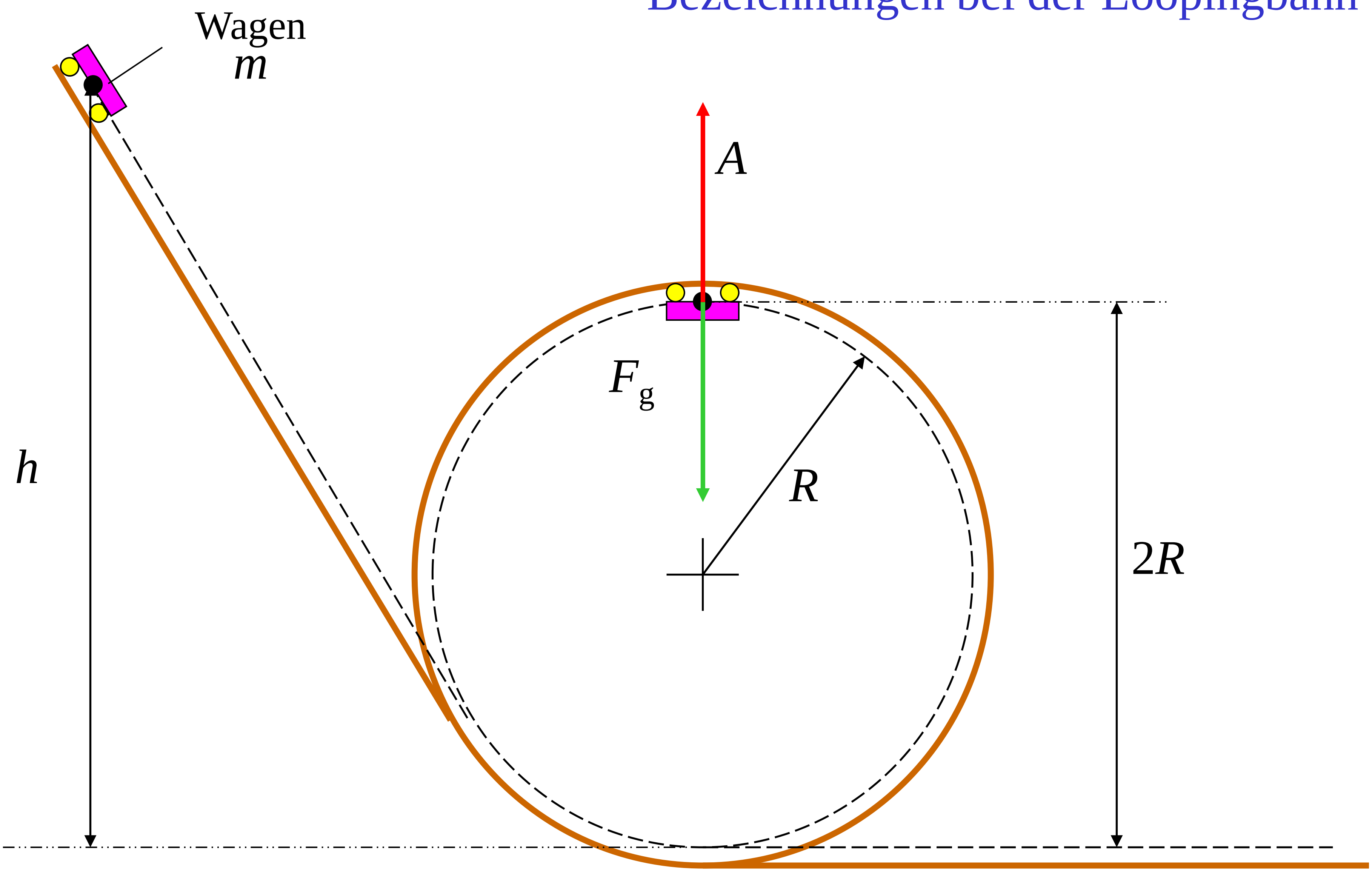
Versuch: Loopingbahn

Im Looping will der Wagen sich zu jedem Zeitpunkt geradlinig gleichförmig weiterbewegen. Die Bahn zwingt ihn jedoch auf eine Kreisbahn, so dass auf ihn eine Zentripetalbeschleunigung wirkt.
Bei hinreichend hoher Geschwindigkeit überwiegt die resultierende Anpresskraft A die Gewichtskraft - der Wagen fällt nicht aus dem Looping.





Bezeichnungen bei der Loopingbahn



Aufgabe zur Loopingbahn:

Ein Wagen der Masse *m* startet in einer Höhe *h* auf einer schrägen Rampe und durchläuft eine vertikale, kreisrunde Bahnschleife („Looping“). Wie groß muß *h* sein, damit der Wagen im höchsten Punkt des Loopings nicht herunterfällt?

Im obersten Punkt der Kreisbahn wirkt die Schwerkraft

$$F_{\mathrm{g}} = m\,g \qquad \left(g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}\right)$$

und ihr entgegengesetzt ist die Anpresskraft = Masse x Zentripetalbeschleunigung:

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{e}_{\perp} = R\omega^2\vec{e}_{\perp}$$

Dann ist die Anpresskraft A

$$\vec{F}_{\mathrm{z}} = m\,\vec{a} = m\frac{v^2}{R}\vec{e}_{\perp}$$

Da die Kräfte im Scheitelpunkt der Bahn entgegengesetzt gerichtet sind, genügt es, mit den Beträgen zu rechnen. Die Zentrifugalkraft ist dann:

$$A = m\frac{v^2}{R}$$

und es ergibt sich sofort:

$$F_z = F_g$$

$$m\frac{v^2}{R} = m\,g \quad \Rightarrow \quad v^2 = g\,R \quad (*)$$

Um die Geschwindigkeit zu berechnen, betrachten wir die potentiellen Energien. Im Startpunkt gilt

$$E_{\text{pot}}^{\text{Start}} = m\,g\,h$$

Im Scheitelpunkt ist

$$E_{\text{pot}}^{\text{Loop}} = mg(2R)$$

Die Differenz hat sich in kinetische Energie gewandelt, also

$$\Delta E_{\text{pot}} = m\,g\,(h-2R) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow \quad v^2 = 2g(h-2R)$$

Mit (*) folgt daraus sofort

$$2(h-2R) = R$$

Auflösen liefert schließlich für die gesuchte Mindesthöhe

$$\boxed{h = \frac{5}{2}R}$$

Wegen der unvermeidlichen Reibung sind leicht größere Werte erforderlich.

Bemerkung:

Die Erhaltung der Energie gilt natürlich generell und ist nicht nur auf die mechanischen Energieformen beschränkt.
Treten jedoch nur sog. konservative Kräfte auf, so bleibt die Energie im den mechanischen Energieformen erhalten.

Tritt dagegen Reibung auf, so wird Energie aus den mechanischen Energieformen herausgezogen und in Wärme verwandelt, bis beispielsweise ein Bewegungsvorgang völlig zum Erliegen kommt.
Beispiel: Federpendel!!

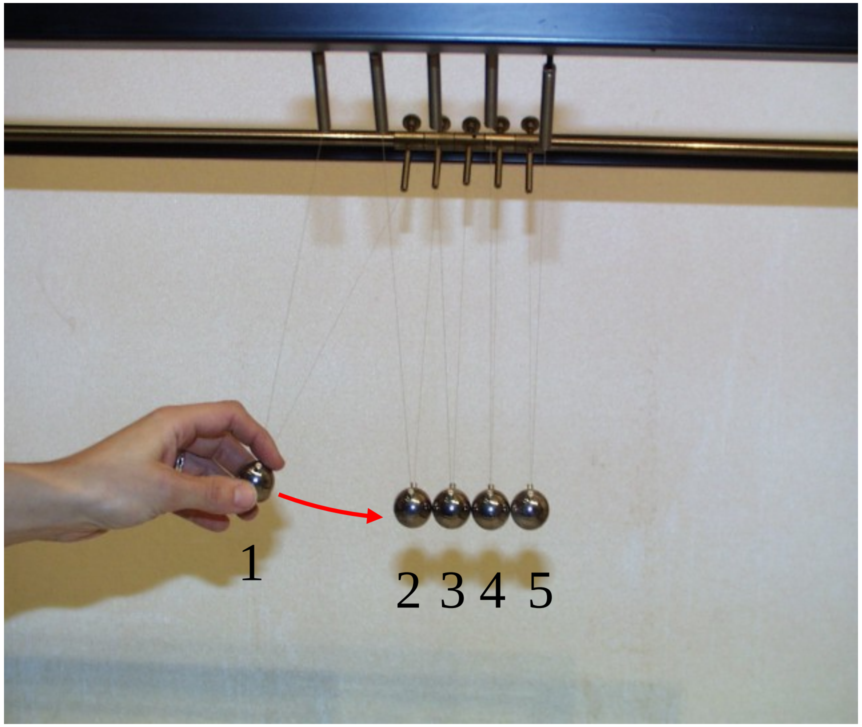
Ganz allgemein gilt für die Energieerhaltung:

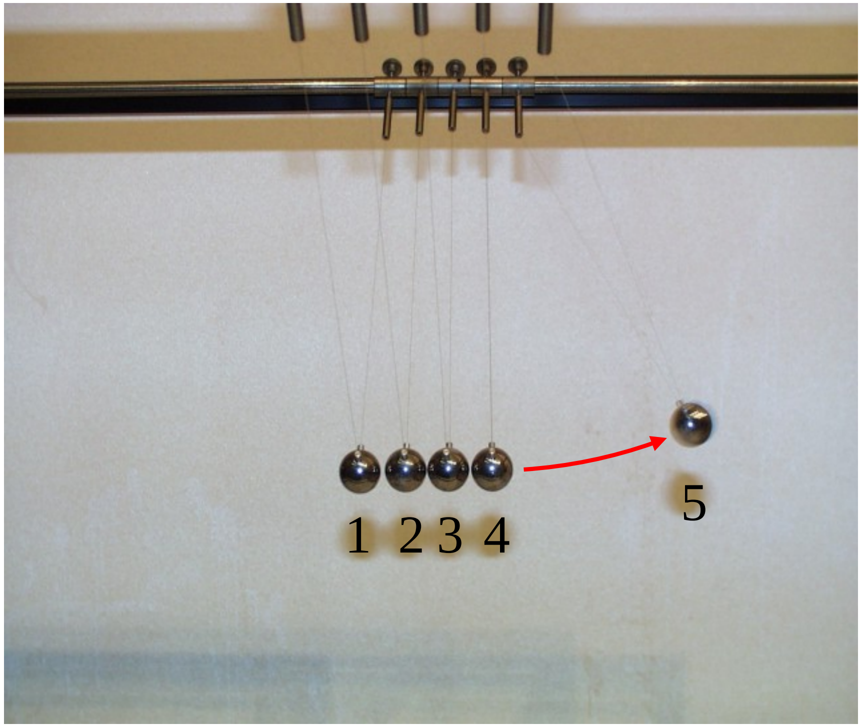
$$E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} + E_{\text{"andere"}} = E$$

Dabei bezeichnet $E_{\text{„andere“}}$ bisher noch nicht behandelte, andere Energieformen.

Impulserhaltung

Versuch: Stoß einer Kugelreihe





Die Kugel 1 stößt auf die Reihe von vier anderen, zunächst ruhenden Kugeln. Alle Kugeln haben dieselbe Masse.

Nach dem Stoß kommt die erste Kugel zur Ruhe, der Stoß pflanzt sich durch die Kugelreihe fort und stößt zuletzt die 5. Kugel ab.

Satz von der Erhaltung des Impulses

In einem *abgeschlossenen* System mit N Körpern bleibt die Summe der Impulse immer erhalten, unabhängig von der Art der stattfindenden Stöße

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = \text{const.}$$

Abgeschlossenes System: Es greifen keine externen Kräfte an!!

Die Impulserhaltung ist ebenfalls eine Folge der Newton'schen Axiome:

2. Newton-Axiom: $$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i$$

Wegen des 3. Newton'schen-Axioms gibt es in einem *abgeschlossenen* System zu jeder Kraft $\vec{F}_i$ eine Gegenkraft $-\vec{F}_i$,
d.h. die Wechselwirkungen der N Kräfte untereinander kompensieren sich.

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \vec{0} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i \Rightarrow \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = const.$$

Definition einer neuen Größe: Schwerpunkt – center-of-mass

$$\vec{R} = \frac{1}{M}\left(m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \ldots + m_N\vec{r}_N\right)$$

$$M = m_1 + m_2 + \ldots + m_N$$

Bewegung des Schwerpunkts:

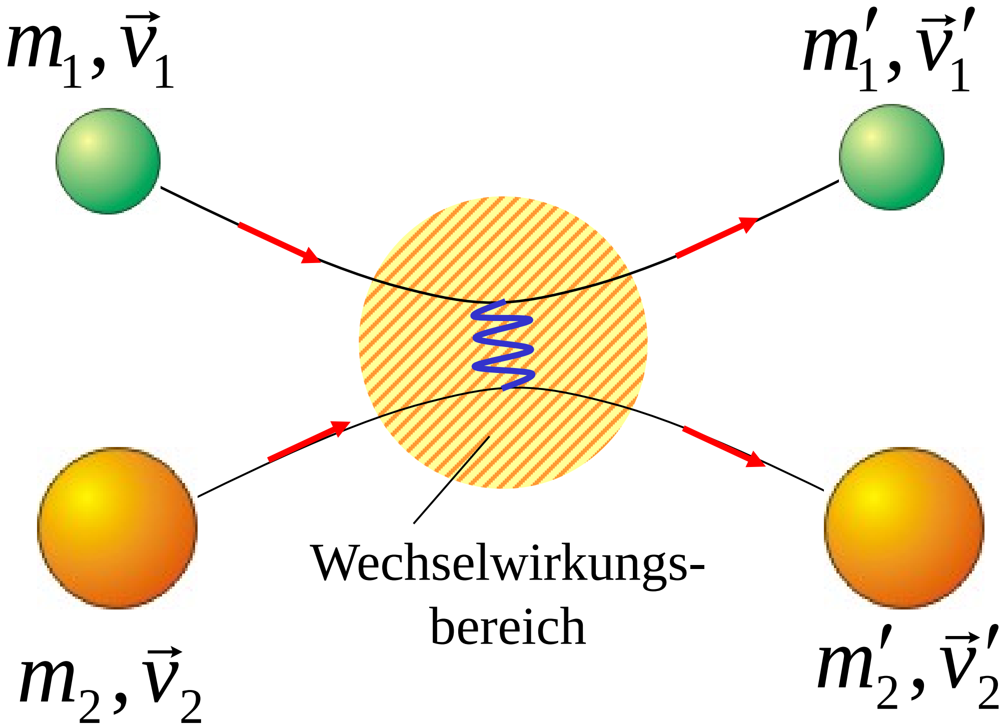
$$M\ddot{\vec{R}} = \left(m_1\ddot{\vec{r}}_1 + m_2\ddot{\vec{r}}_2 + \ldots + m_N\ddot{\vec{r}}_N\right) = \vec{F}_{ext,1} + \vec{F}_{ext,2} + \ldots + \vec{F}_{ext,N} = \vec{F}_{ext}$$

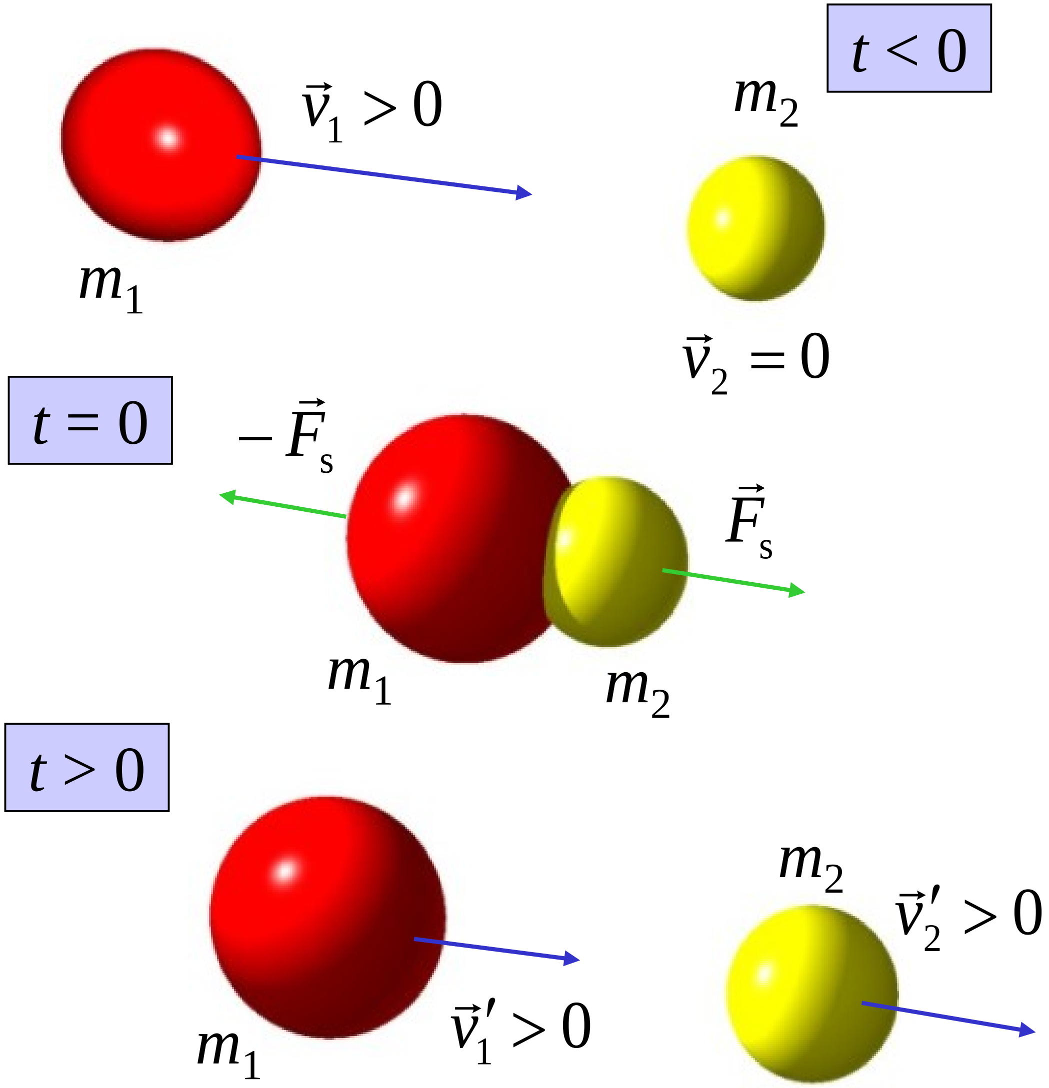
Der Schwerpunkt eines Körpers bewegt sich wie ein Teilchen, in dem die gesamte Masse der Objekte, die den Körper aufbauen, konzentriert ist und an dem die äußere Kraft angreift. Die internen Wechselwirkungen kompensieren sich wegen actio=reactio.

Energie- und Impulserhaltung sing von entscheidender Bedeutung bei der Behandlung von Stossprozessen.

Stöße

Bewegte Körper können untereinander Stöße ausführen. Dabei ändert sich im allgemeinen deren Geschwindigkeit und Richtung.

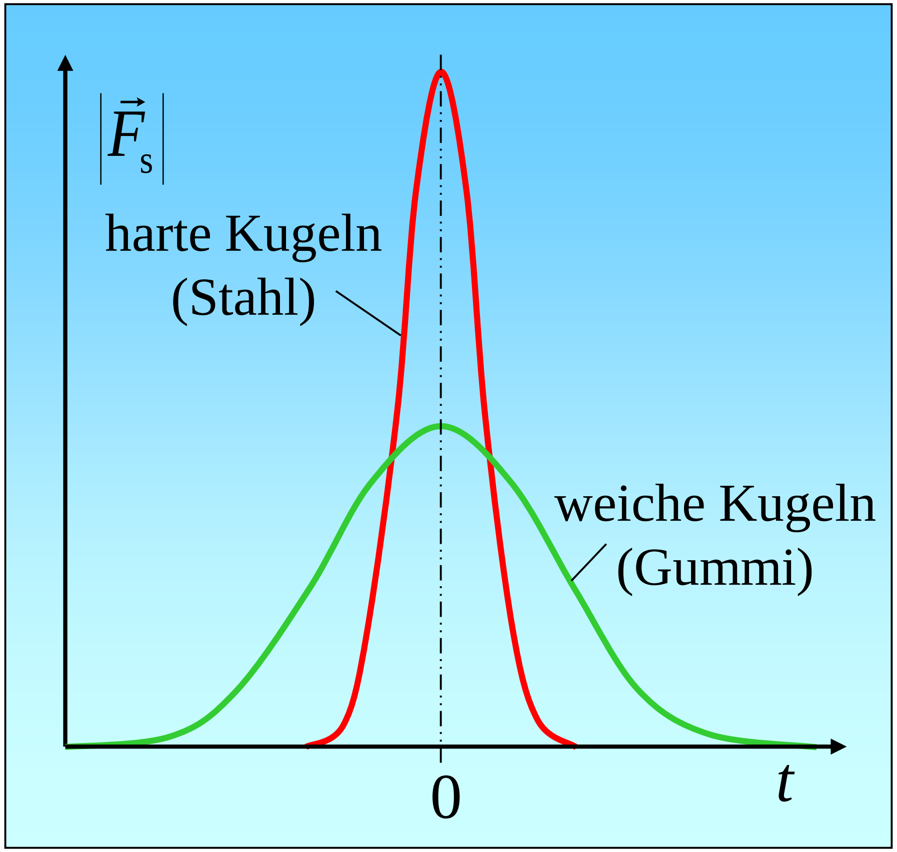




Daraus folgt wie bisher
(2. Newton‘sches Gesetz)

$$\vec{F} = m\ddot{\vec{r}} = m\dot{\vec{v}} = \dot{\vec{p}}$$

Beim Stoß ist der Kraftverlauf



Dabei gilt für den sog. „Kraftstoß“

$$\int_{\text{Stahl}} \vec{F}(t)\,dt = \int_{\text{Gummi}} \vec{F}(t)\,dt$$

Was bedeutet der Kraftstoß

$\int \vec{F}(t)\,dt$ physikalisch ?

Nach dem 2. Newton‘schen Gesetz ist

$$\vec{F} = m\ddot{\vec{r}} = m\dot{\vec{v}} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$m\,d\vec{v} = \vec{F}\,dt$$

$$m\int_{\vec{v}_1}^{\vec{v}_2} d\vec{v} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,dt = m\left(\vec{v}_2 - \vec{v}_1\right) = \Delta\vec{p}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,dt = \Delta\vec{p}$$

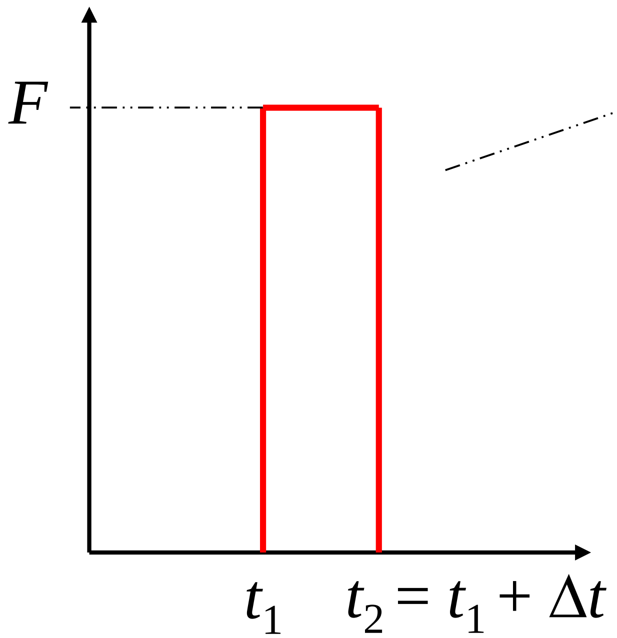
d.h. durch den Kraftstoß wird der Impuls einer Masse *verändert*.

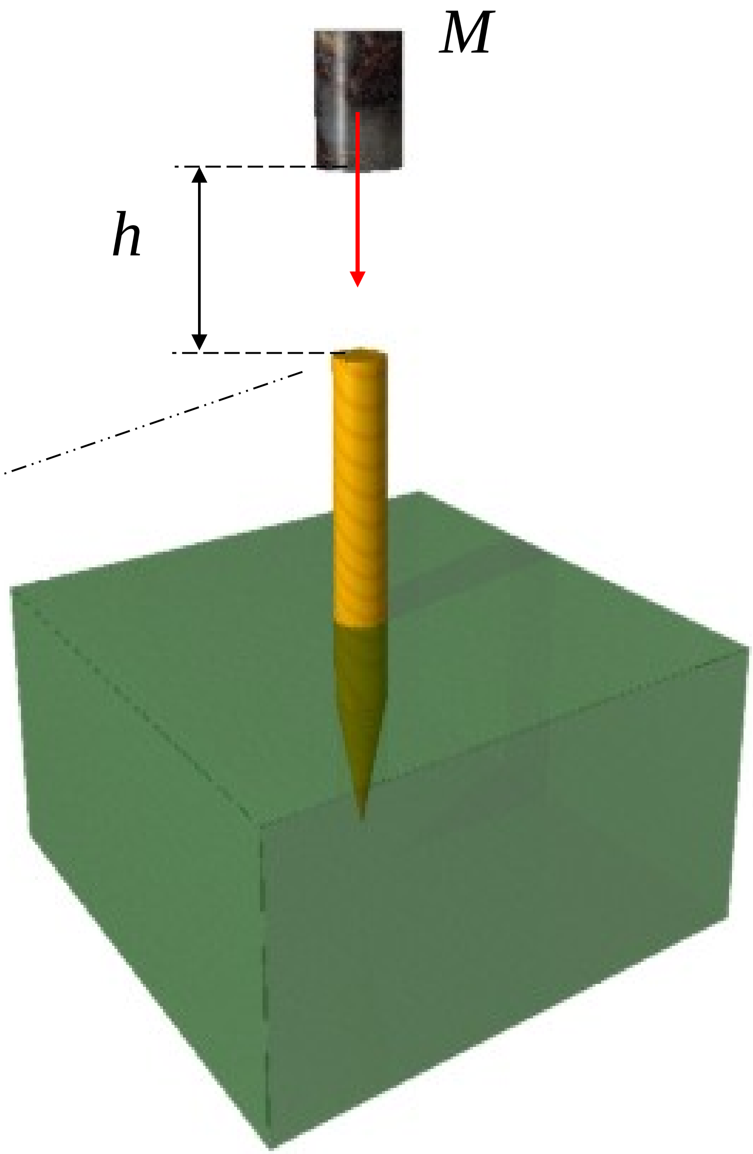
Es gibt zwei prinzipiell unterschiedliche Arten von Stößen:

1. Der elastische Stoß
   dabei bleibt die mechanische Energie erhalten.
2. Der inelastische Stoß
   dabei wird ein Teil der Energie z.B. in Wärme umgewandelt

<u>Beispiel:</u> Die Ramme

Aus der Höhe h wird die Masse M auf dem Pfahl fallengelassen. Nach dem Aufprall wird sie in der Zeit Δt gestoppt. Wie groß ist die Kraft F ?





Die Geschwindigkeit beim Aufprall ist:

$$v_1 = g\,t_1, \quad h = \frac{1}{2} g\,t_1^2$$

$$\Rightarrow \quad t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad v_1 = \sqrt{2gh}$$

Berechnung der Kraft:

$$\int_{t_1}^{t_2} F(t)\,dt = F(t_2 - t_1)$$

$$= F\,\Delta t = M\,(v_2 - v_1)$$

Mit $v_2 = 0$ folgt:

$$F = \frac{M\,v_1}{\Delta t} = \frac{M\sqrt{2gh}}{\Delta t}$$

Zahlenbeispiel:

$M = 1000$ kg,
$h = 8.5$ m,
$\Delta t = 0.01$ s

Einsetzen liefert

$$F = \frac{1000\sqrt{2\cdot 9.81\cdot 8.5}}{0.01}\,\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$$

$$= 1.3\cdot 10^6\ \text{N}$$