Inhalt der Vorlesung A1

1. Einführung

Methode der Physik
Physikalische Größen
Übersicht über die vorgesehenen Themenbereiche

2. Teilchen

A. Einzelne Teilchen

Beschreibung von Teilchenbewegung
- Kinematik: Quantitative Erfassung
- Dynamik: Ursachen der Bewegung

Kräfte
Arbeit + Leistung, Energie
Erhaltungssätze: Impuls+Energieerhaltung
Drehbewegung
Schwingungen, harmonischer Oszillator

Kräfte

fundamentale Wechselwirkungen

Gravitation
Elektromagnetismus
Schwache WW
Starke WW

phänomenologische Wechselwirkungen

Alle in der Natur vorzufindenden WW lassen sich prinzipiell aus den 4 Fundamental-WW ableiten, aber:
Oftmals sind Phänomene viel zu komplex, um eine solche exakte Beschreibung vorzunehmen.
Beispiel: Dehnung einer Feder

Beschreibung durch phänomenologische Gesetze, die experimentell aufgestellt wurden.

Was überträgt die Kräfte?

Konzept des Felds

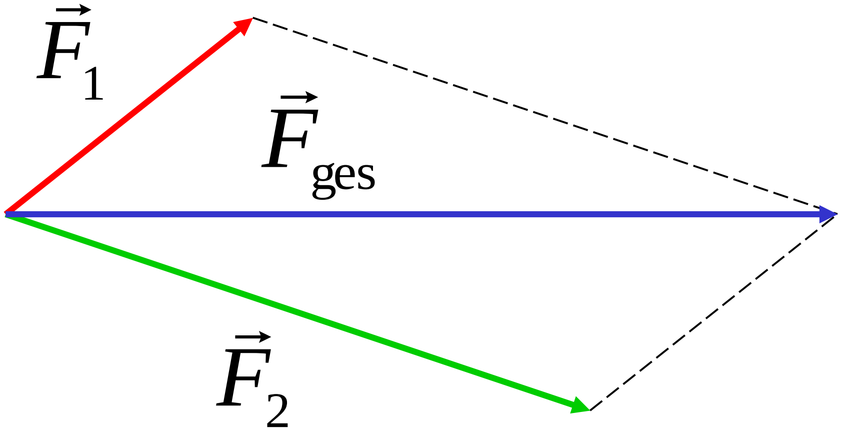
Langreichweitige Wirkungen von Kräften

Newton 1692 in einem Brief an Bentley:

„Es ist unvorstellbar, daß unbelebte Dinge ohne die Vermittlung durch irgend etwas, das keine materielle Natur besitzt, auf andere Dinge einwirken sollten, ohne gegenseitigen Kontakt, so wie es sein müßte, wenn die Gravitation, im Sinne von Epikur, eine Wesenseigenschaft der Dinge wäre und ihnen innewohnte. Und dies ist ein Grund, warum ich wünschte, Sie würden mir die angeborene Gravitation nicht zuschreiben. Daß die Gravitation den Dingen angeboren ist und ihnen innewohnt, so daß ein Körper über eine Entfernung sogar durch das Vakuum auf einen anderen Körper einwirken kann, ohne die Vermittlung von irgend etwas, durch welches ihre Wirkung und Kraft übertragen werden könnte, das scheint mir eine solch große Absurdität zu sein, daß niemand, der vernünftig über philosophische Dinge nachdenken kann, darauf hereinfallen würde.“

⇒ **Gelöst durch Konzept des „Feldes“**

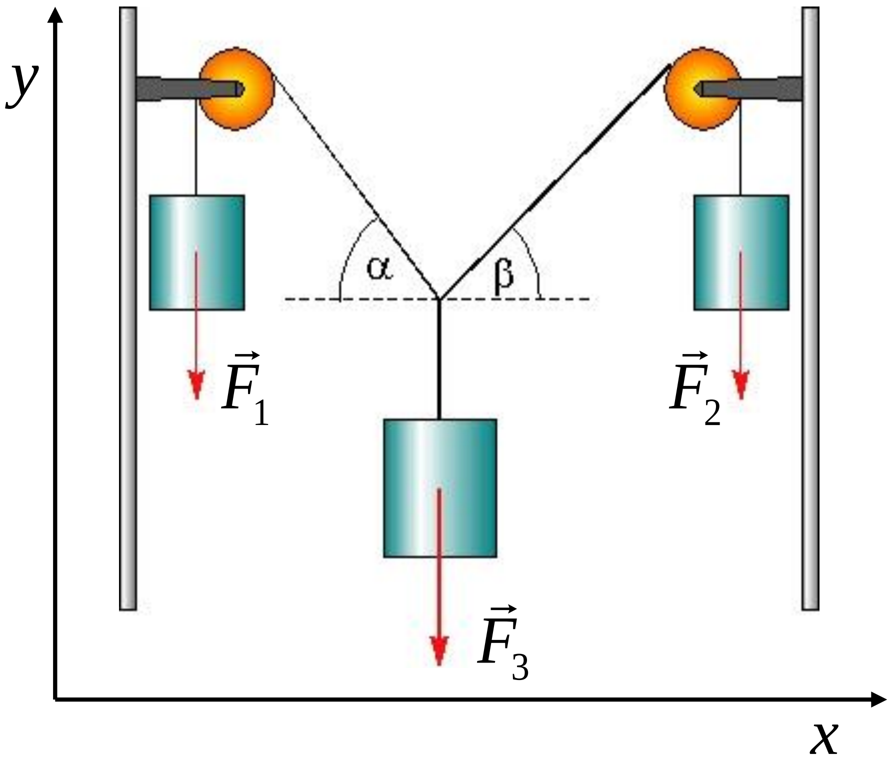
Korollar: *„Kräfte sind Vektoren“*
(Superpositionsprinzip)



$$\vec{F}_{ges} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

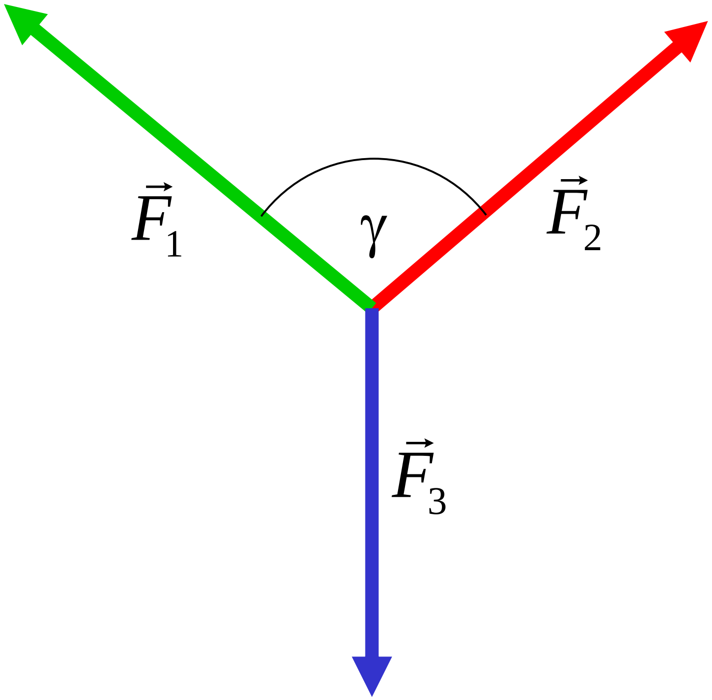
Oder allgemein

$$\vec{F}_{ges} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$$



$$\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} -F_1 \cos\alpha \\ +F_1 \sin\alpha \end{pmatrix} \qquad \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} +F_2 \cos\beta \\ +F_2 \sin\beta \end{pmatrix}$$

$$\vec{F}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -F_3 \end{pmatrix}$$



$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$$

Durch Quadrieren erhält man

$$\left|\vec{F}_3\right|^2 = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right)^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2\,\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$$

$$F_3^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2\,F_1 F_2 \cos\gamma$$

Es folgt

$$\cos\gamma = \frac{F_3^2 - F_1^2 - F_2^2}{2\,F_1 F_2}$$

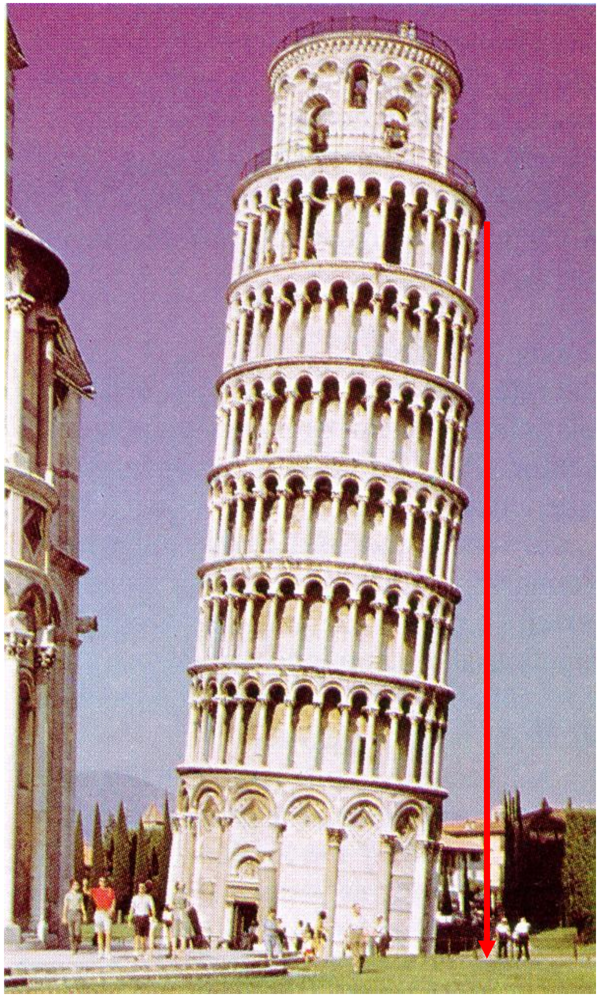
<u>Beispiel:</u>

$$F_1 = F_2 = F_3$$

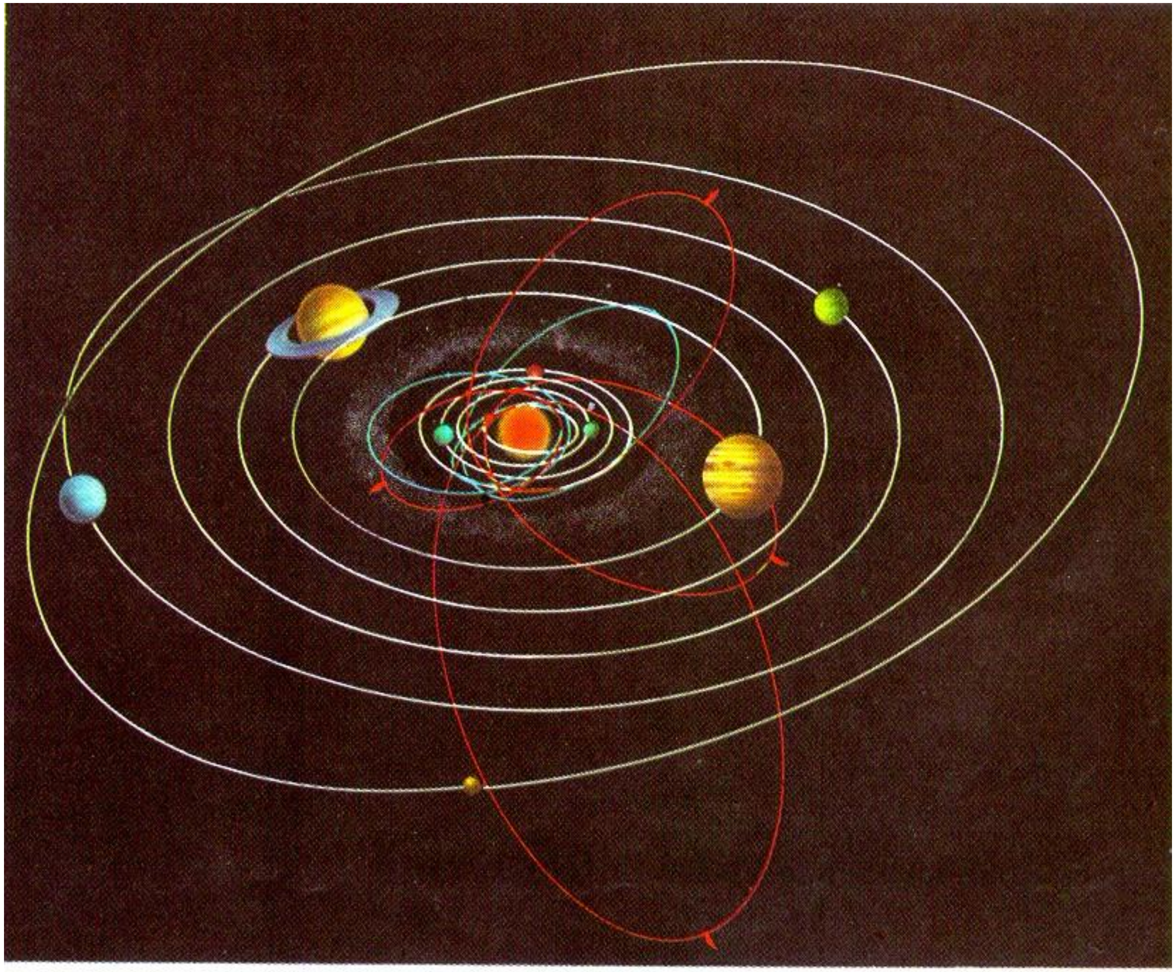
$$\Rightarrow \cos\gamma = -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \gamma = 120^\circ$$

Kräfte - einige Beispiele

1) Fundamentalkraft: Gravitation



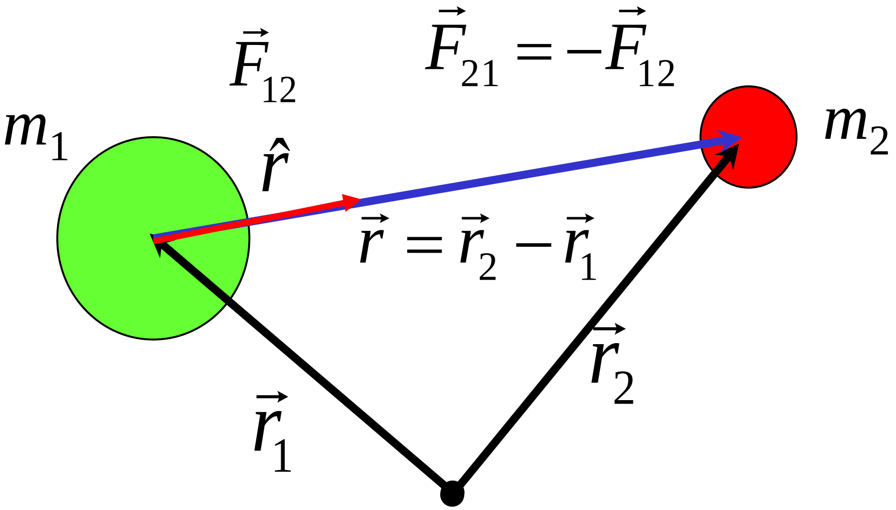
Galileo‘s Fallexperimente vom schiefen Turm von Pisa



Dasselbe „Gavitationsgesetz“ bestimmt die Bewegung der Planeten um die Sonne.

Allgemein gilt für die Kraft aufgrund der Gravitationswechselwirkung zwischen zwei Massen:

$$\vec{F}_{12} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \quad \text{mit} \quad \hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$$



Die Newtonsche Gravitations-konstante ist

$$\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{N\,m^2}}{\mathrm{kg^2}}$$

Aber nahe der Erdoberfläche gilt:

$$\vec{F} = m_S (0,0,g)$$

Wie hängen die beiden Gesetze zusammen?

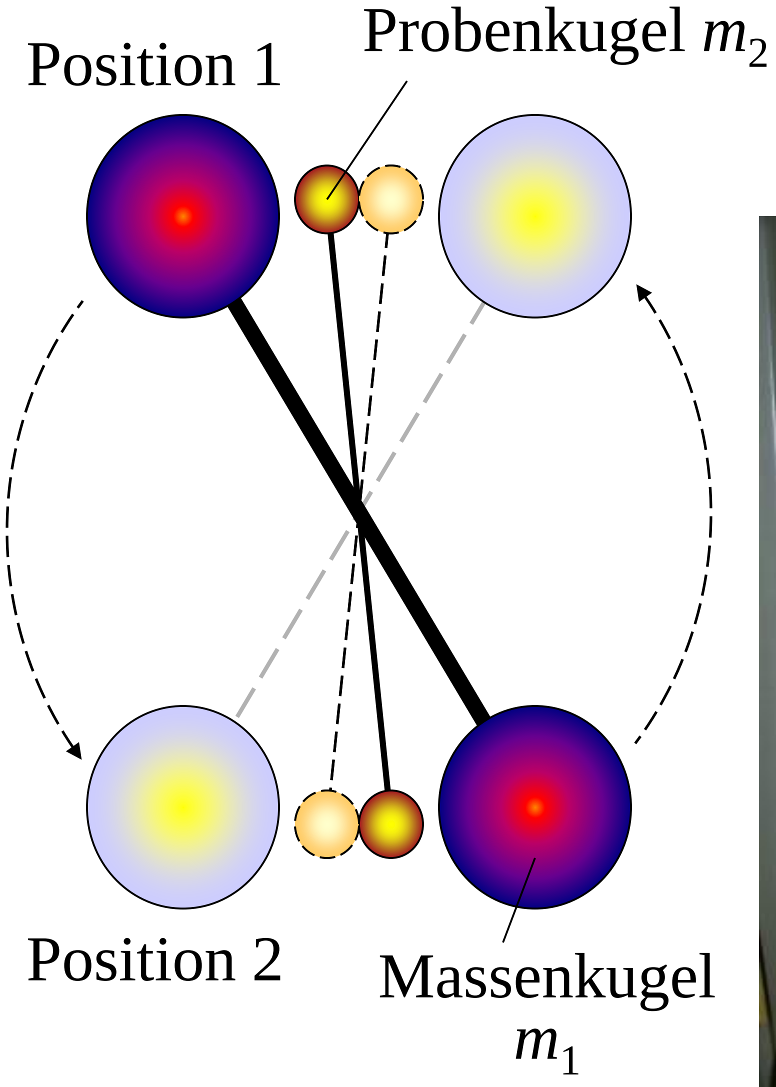
Körper mit der (schweren) Masse m_S, der sich an der Erdoberfläche befindet, wird durch die Erde angezogen. $m_1 = m_S$

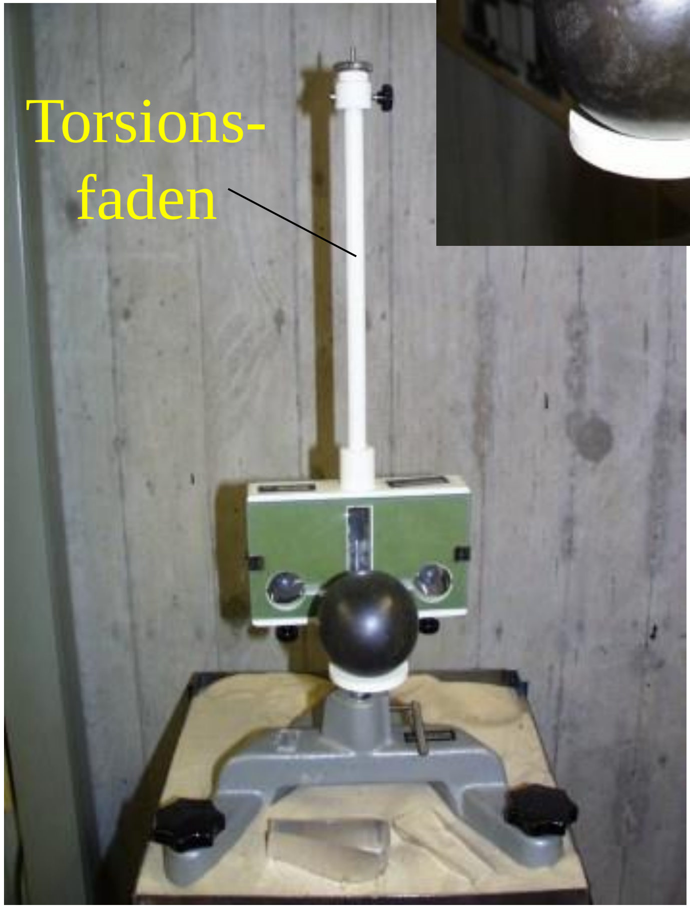
$r = R_E$ Erdradius

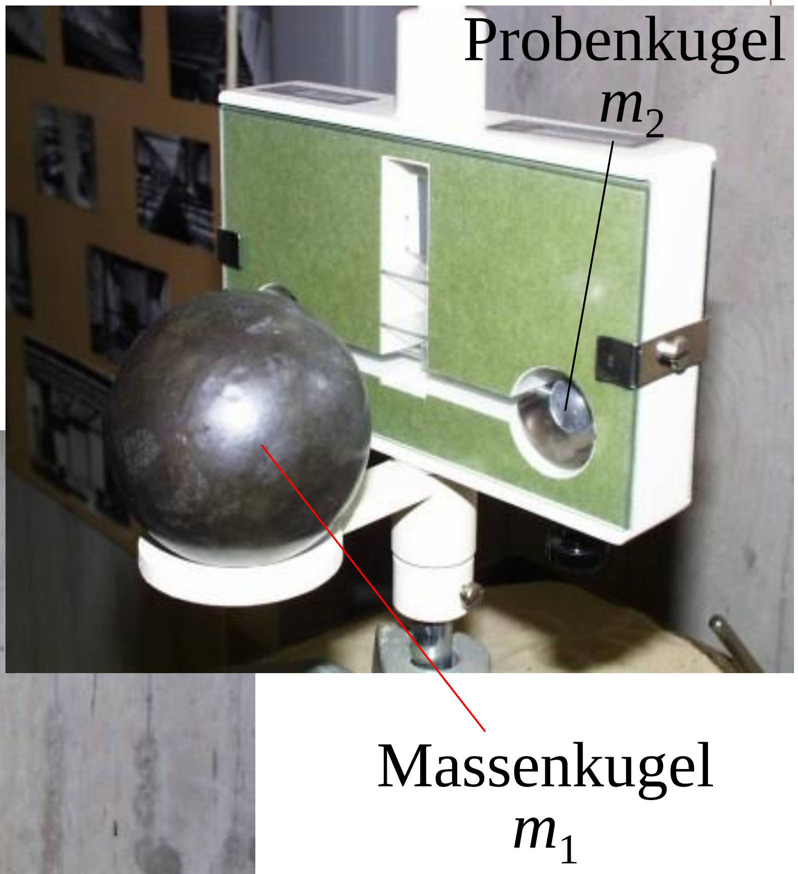
$m_2 = m_E$ Erdmasse

$$\vec{F}_{SE} = -\gamma \frac{m_S m_E}{R_E^2} \hat{z} = -g m_S \hat{z}$$

Versuch: Messung der Gravitationskonstante *Cavendish* (1798)





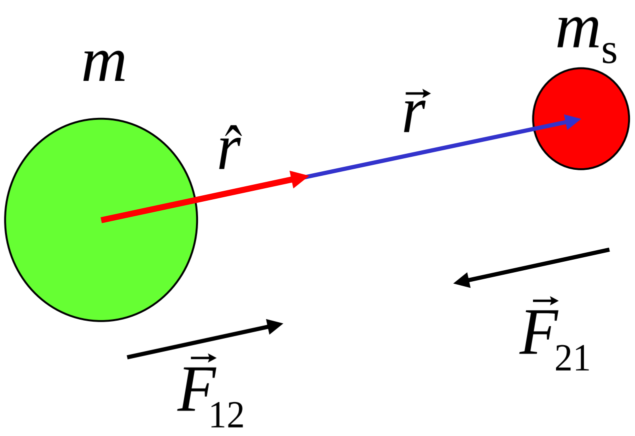


Meßwerte der Gravitationskonstanten

Experimentator	Jahr	Methode	γ $(10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2})$
Cavendish	1798	Torsionswaage, Ablenkung	6,754
Poynting	1891	Gewöhnliche Waage	6,698
Boys	1895	Torsionswaage, Ablenkung	6,658
von Eötvös	1896	Torsionswaage, Ablenkung	6,65
Heyl	1930	Torsionswaage, Periode	
		Gold	6,678
		Platin	6,664
		Glas	6,674
Zahradniček	1933	Torsionswaage, Resonanz	6,659
Heyl und Chrzanowski	1942	Torsionswaage, Periode	6,673
Luther und Towler	1982	Torsionswaage, Periode	6,6726

Schwere und Träge Masse

Einerseits taucht die Masse im Gravitationsgesetz auf:



$$\vec{F}_{12} = \gamma \frac{m \cdot m_s}{r^2} \hat{r} \quad \text{mit} \quad \hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$$

Die Masse verursacht also ein Gravitationsfeld $\Rightarrow$ „schwere Masse“

Andererseits war die Masse durch ihre Trägheitseigenschaft im 2. Newton‘schen Gesetz definiert:

$$\vec{F} = m_t \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Die Masse ist die Ursache für die Trägheit $\Rightarrow$ „träge Masse“

Experimentell findet man:

$$m_t = m_s \qquad \frac{|m_t - m_s|}{m_t} \leq 10^{-12}$$

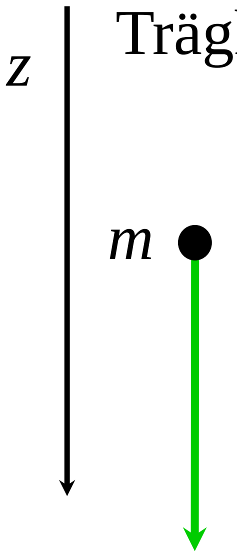
„Äquivalenzprinzip“ der allgemeinen Relativitätstheorie (Einstein 1916).

Einfache Anwendungen

(1) *Freier Fall in Erdnähe*

$$\vec{F}_\mathrm{T} = m\,\vec{a} = m\,\dot{\vec{v}} = m\,\ddot{\vec{r}} = m\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{z} \end{pmatrix}$$

Trägheitskraft



Gewichtskraft

$$\vec{F}_\mathrm{g} = m\,g\hat{z} \qquad g = 9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Durch geeignete Koordinatenwahl kann das Problem auf ein eindimensionales reduziert werden.

$$\vec{F}_\mathrm{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m\,g \end{pmatrix} \qquad \vec{F}_\mathrm{T} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m\,a \end{pmatrix}$$

2. Newton‘sches Gesetz (Beträge):

$$F_\mathrm{T} = m\,a = m\,g \Rightarrow \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = g$$

Bemerkung:
Die Masse des Körpers, dessen Bewegung betrachtet wird, fällt bei Gravitationsproblemen aus den Abhängigkeiten heraus.

Bahnkurve:

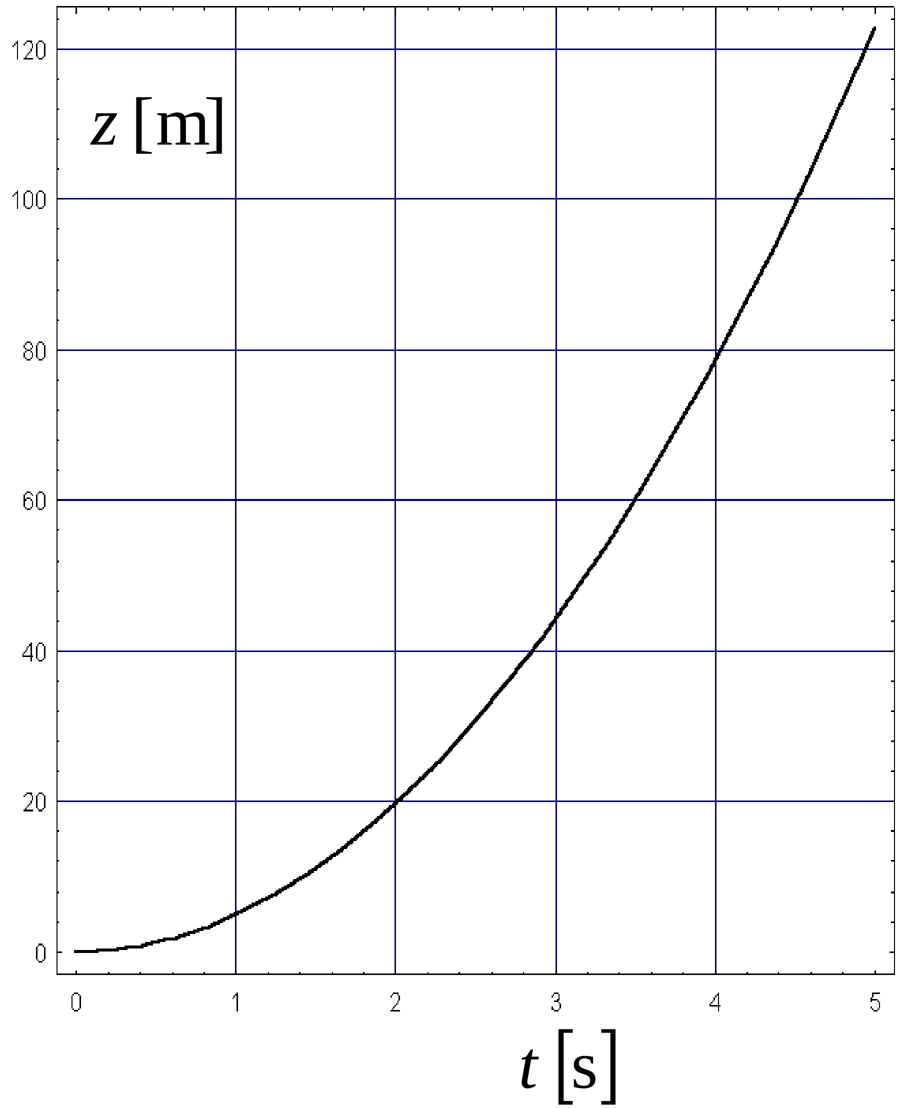
$$z(t) = \frac{1}{2} g \left(t - t_0\right)^2 + v_0 \left(t - t_0\right) + z_0$$

Mit den Anfangswerten $t_0 = 0$, $z_0 = 0$ und $v_0 = 0$, folgt

$$v(t) = g\,t$$

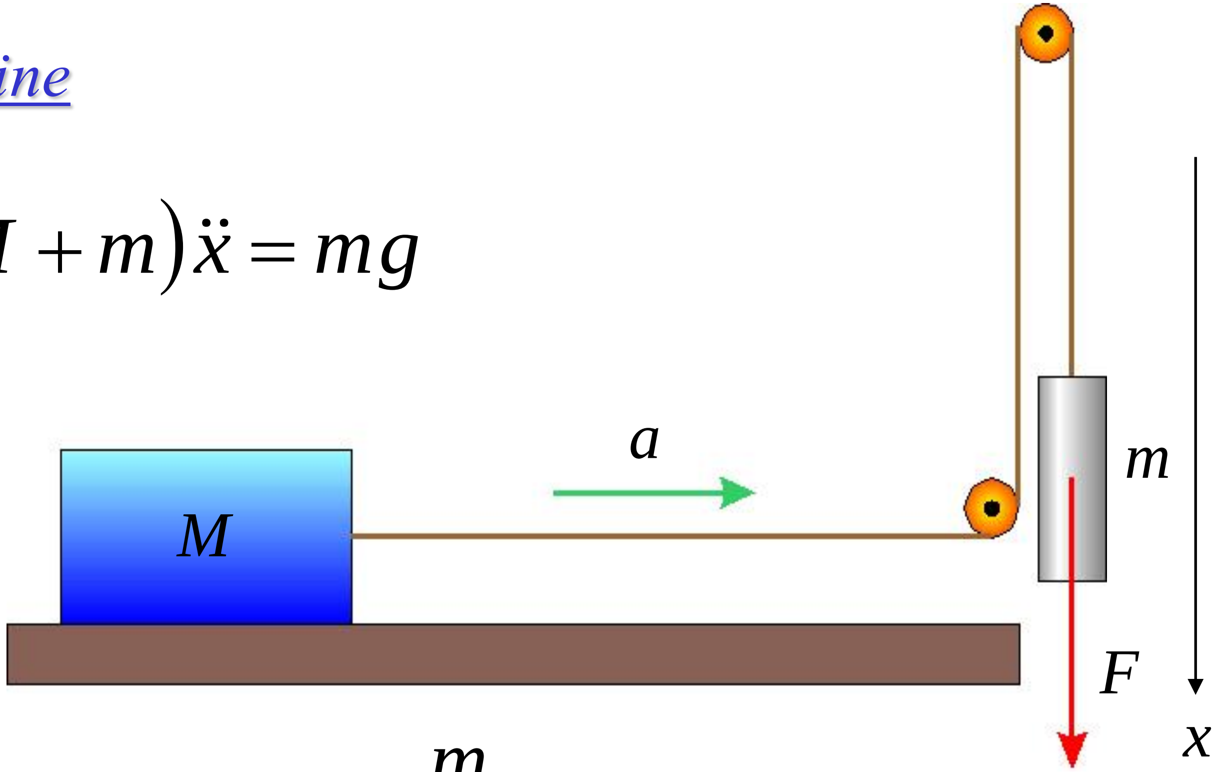
$$z(t) = \frac{1}{2} g\,t^2$$

Fallkurve



(2) Atwood'sche Fallmaschine

$$F = (M+m)a = (M+m)\ddot{x} = mg$$



Integration liefert:
($t_0 = 0$, $x_0 = 0$, $v_0 = 0$)

$$\Rightarrow \quad a = \ddot{x} = \frac{m}{M+m}g \quad \Rightarrow \quad \dot{x} = \frac{m}{M+m}g\,t$$

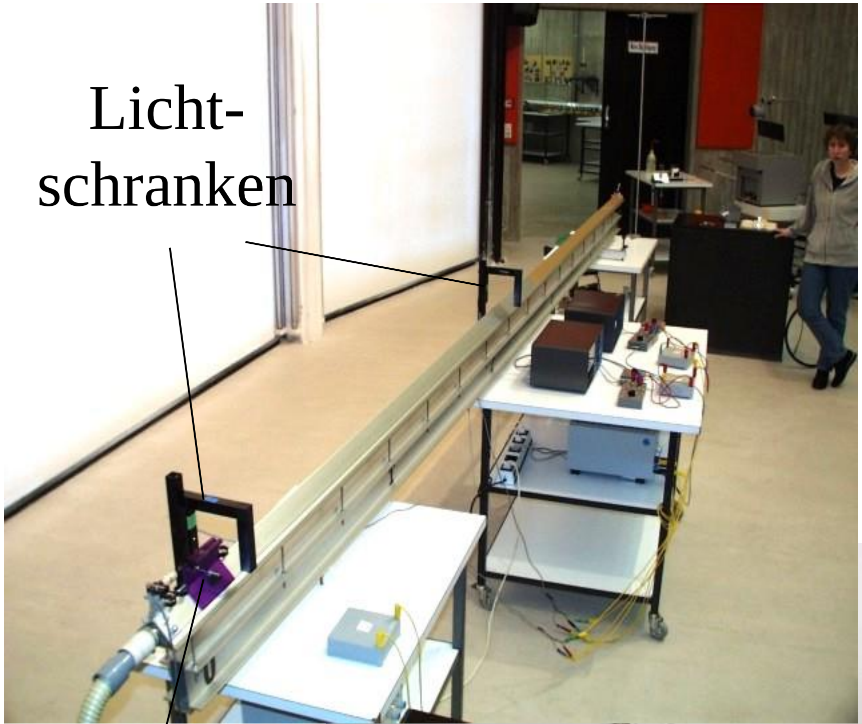
Freier Fall mit einer um den Faktor $m/(M+m)$ geringeren Beschleunigung.

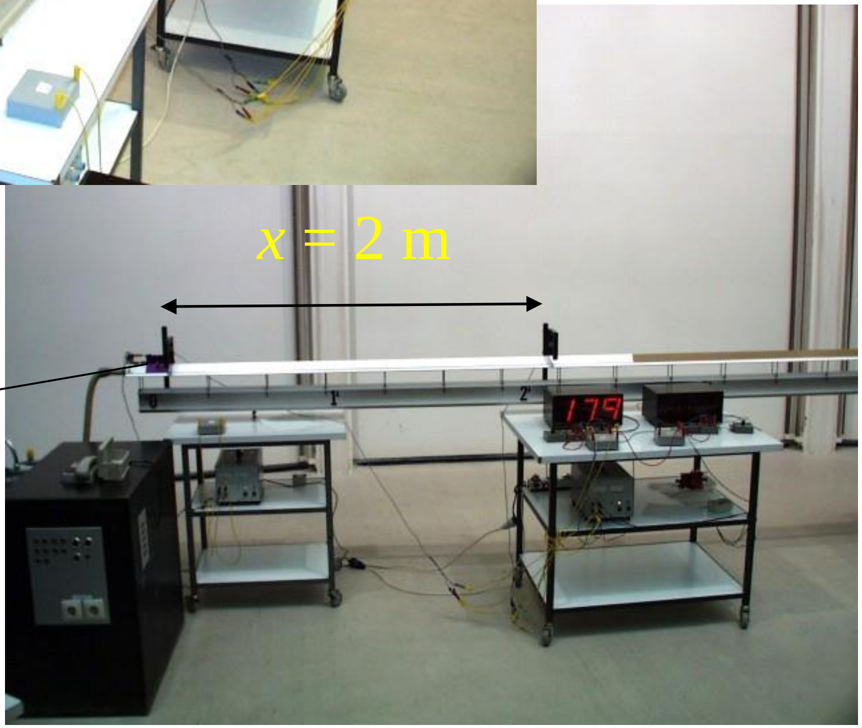
$$x(t) = \frac{1}{2}\frac{m\,g}{M+m}t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2x(M+m)}{m\,g}} = \sqrt{\frac{2x}{a}}$$

Versuch: Atwood-Fallmaschine

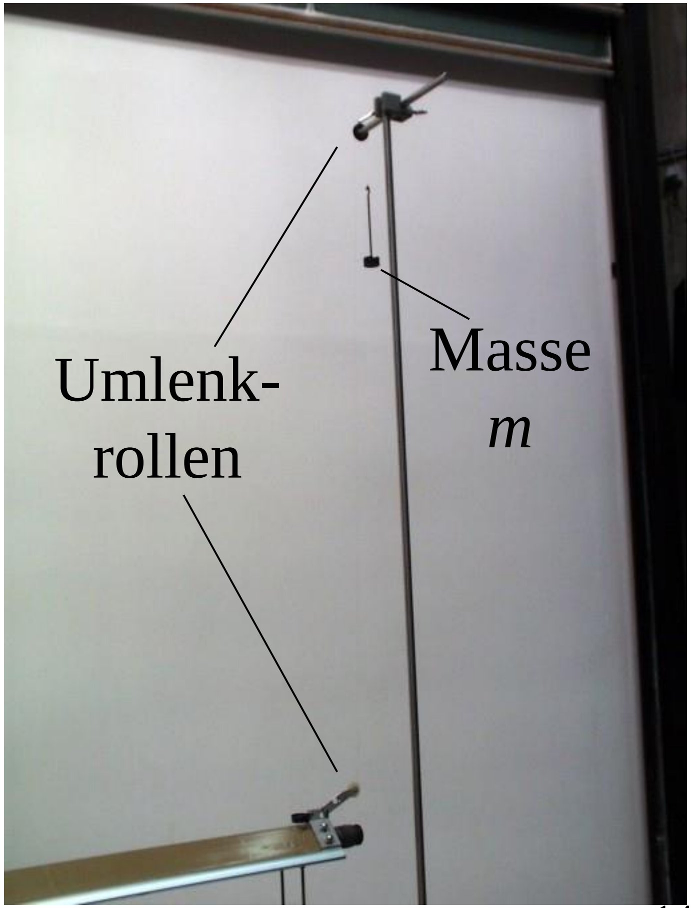
Der Schlitten gleitet fast reibungsfrei auf einem Luftkissen.
Mit Hilfe der Lichtschranken wird jeweils die Laufzeit durch die Meß-strecke x = 2 m ermittelt.

Licht-
schranken



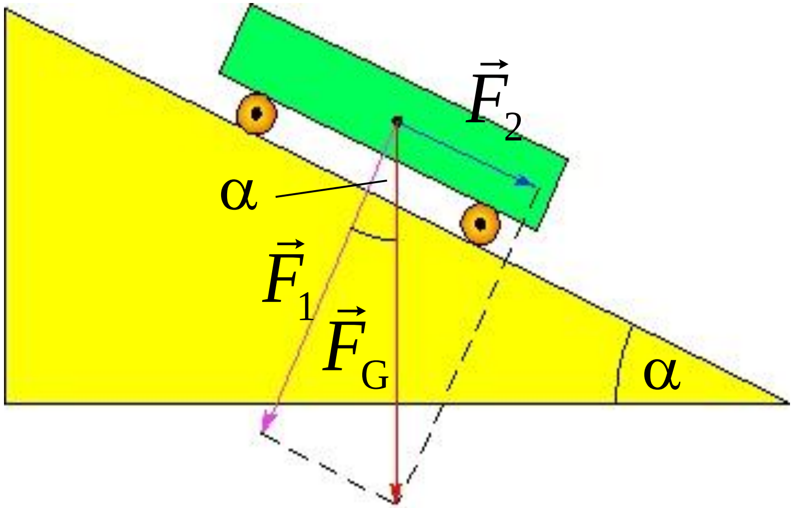


Schlitten
M



(3) Schiefe Ebene

Auf den Körper wirkt seine Gewichtskraft.



Zerlegung der Kraft in zwei Anteile
- parallel zur schiefen Ebene F_2
- senkrecht zur schiefen Ebene F_1

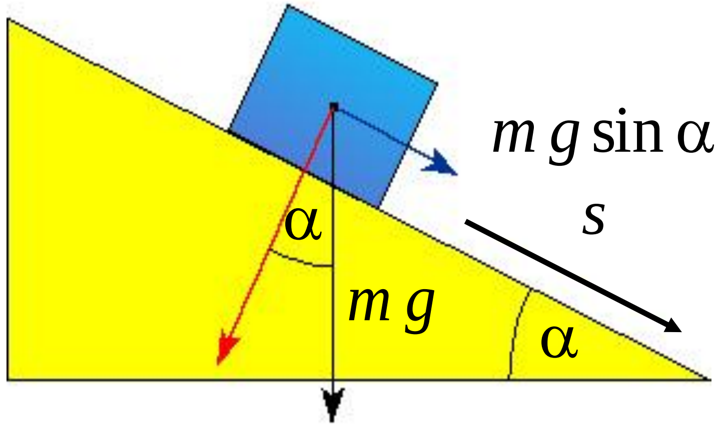
$$\left|\vec{F}_1\right| = \left|\vec{F}_G\right| \cos\alpha \qquad \left|\vec{F}_2\right| = \left|\vec{F}_G\right| \sin\alpha$$

Der Anteil F_1 wird durch die Ebene kompensiert, drückt den Wagen also auf die Fahrbahn, hat sonst aber keinen Einfluss!

Der Anteil F_2 bewirkt die Bewegung die schiefe Ebene hinunter!

-> *geschickte Wahl des Koordinatensystems:entlang der Ebene!!*

Bewegung entspricht einem freien Fall mit der Beschleunigung $g_{\mathrm{eff}} = g \cdot \sin\alpha$



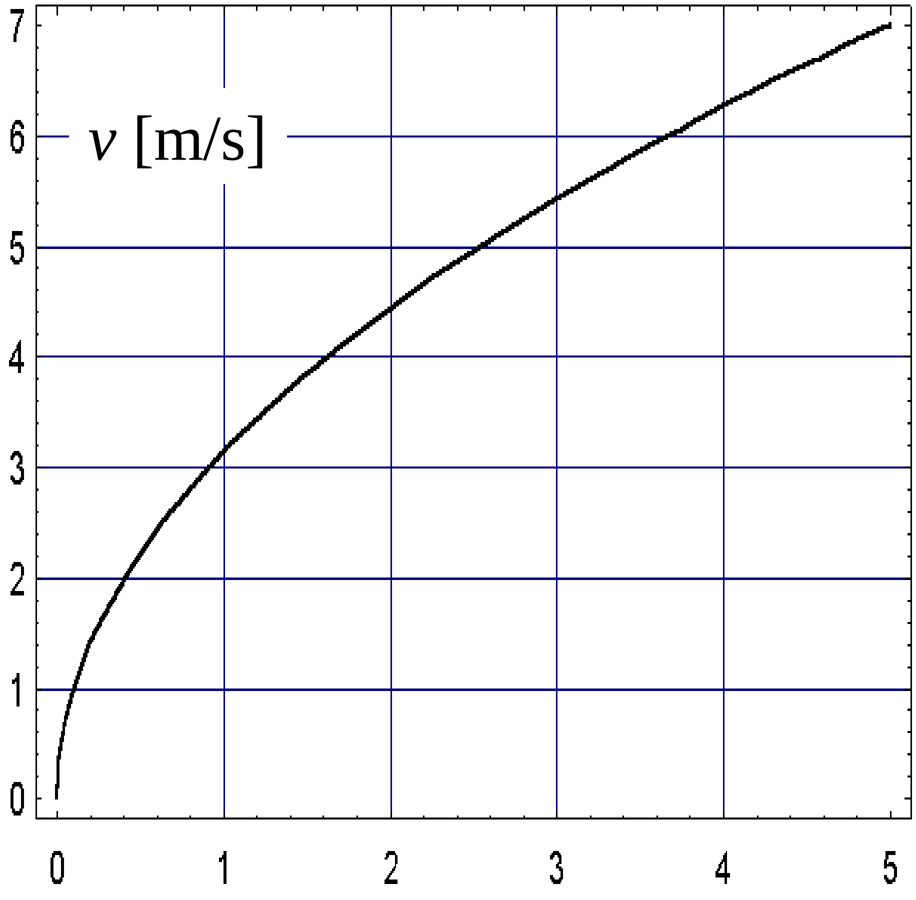
2. Newton-Axiom:

$$F = m\,a = m\,g\sin\alpha$$

$$v = \dot{s} = a\,t = g\sin\alpha \cdot t$$

$$s = \frac{1}{2} g\sin\alpha \cdot t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2\,s}{g\sin\alpha}}$$

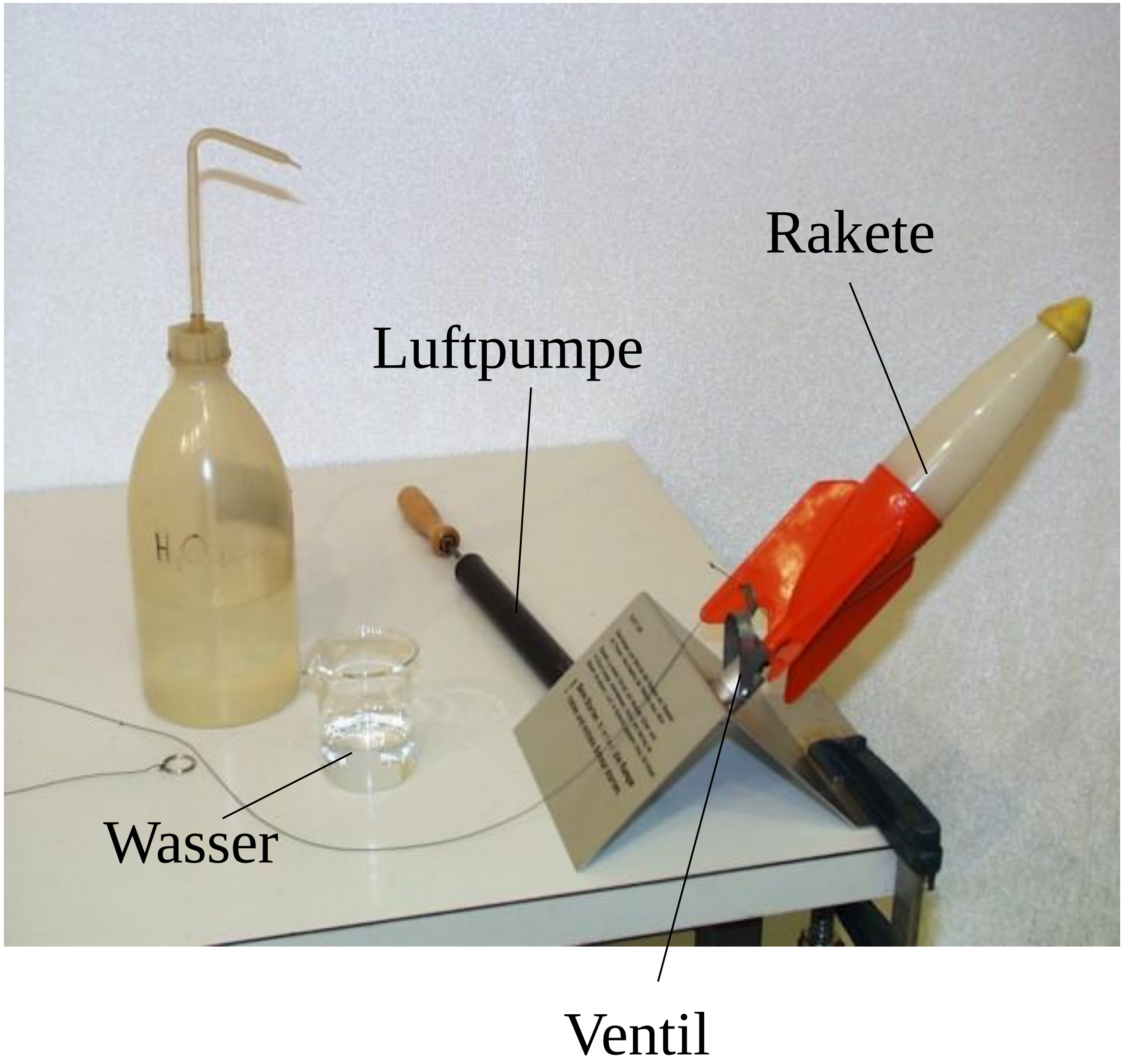
$$v(s) = \sqrt{2\,g\sin(\alpha)\,s}$$



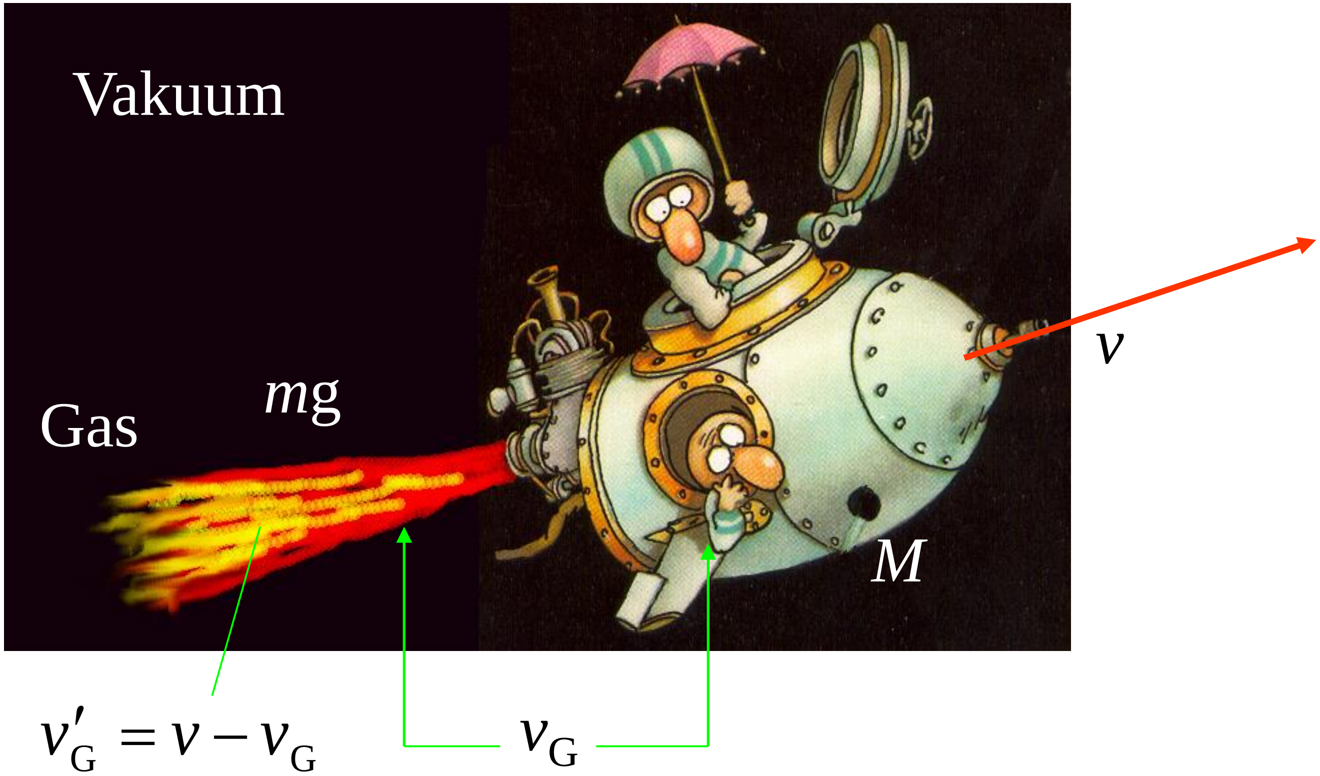
(4) Raketenantrieb

Die Rakete wird teilweise mit Wasser gefüllt, über dem mit Hilfe der Luftpumpe ein hinreichend hoher Luftdruck erzeugt wird. Nach Öffnen des Ventils wird das Wasser mit der Geschwindigkeit v_0 aus der Rakete gepresst, was den gewünschten Rückstoß erzeugt.

Ohne Wasser nur mit Luft, d.h. mit sehr kleiner Masse ist der Rückstoß wesentlich schwächer.



Bewegung mit variabler Masse: Rakete im Schwerefeld



Die Rakete hat die Geschwindigkeit v und die Masse M. Das Gas trete mit der Geschwindigkeit v_G aus der Rakete aus.

Die absolute Geschwindigkeit des Gases ist

$$v'_G = v - v_G$$

wenn v die momentane Geschwindigkeit der Rakete ist.

Betrachtung zunächst ohne Schwerkraft

3. Newton'schen Gesetz:

F_G = Kraft auf das Gas

F_R = Kraft auf die Rakete

$$F_R + F_G = 0$$

2. Newton'sches Gesetz:

$$\frac{dp_R}{dt} + \frac{dp_G}{dt} = 0$$

$$\frac{d}{dt}(M\,v) + \frac{d}{dt}(m_G v'_G) = 0$$

Es gilt:

$$\frac{d}{dt}(M\,v) = \frac{dM}{dt}v + M\frac{dv}{dt} = -\underbrace{\frac{dm_G}{dt}}_{\substack{\text{Brennrate}\\ =\text{const.}}} v + M\frac{dv}{dt}$$

Außerdem gilt

$$\frac{d}{dt}(m_G v'_G) = \frac{dm_G}{dt}(v - v_G) + m_G \underbrace{\frac{dv'_G}{dt}}_{=0}$$

konstante Ausstossgeschwindigkeit des Gases

Damit erhält man:
$$-\frac{dm_{\mathrm{G}}}{dt}v + M\frac{dv}{dt} + \frac{dm_{\mathrm{G}}}{dt}\left(v - v_{\mathrm{G}}\right) = 0$$

oder
$$\boxed{M\frac{dv}{dt} = \frac{dm_{\mathrm{G}}}{dt}v_{\mathrm{G}}}$$

Die Massenabnahme ist gleich der ausgestoßenen Gasmasse.

$$dm_{\mathrm{G}} = -dM$$

Wird nun noch eine äußere Kraft eingebaut, so ergibt sich als Bewegungsgleichung:

$$\boxed{M\frac{dv}{dt} = F - v_{\mathrm{G}}\frac{dM}{dt}}$$

„Raketengleichung“

Für $F = 0$ folgt:

$$\Rightarrow \quad dv = -v_G \frac{dM}{dt}\frac{dt}{M} = -v_G \frac{dM}{M}$$

Integration:
v_E – Endgeschwindigkeit

$$\int_{v_0}^{v_E} dv = -v_G \int_{v_0}^{v_E} \frac{dM}{M}$$

und wenn die Raketenmasse zu Beginn M_0 und am Ende M_E ist

$$v_E - v_0 = v_G \ln \frac{M_0}{M_E}$$

Einbau der Gravitation:

$$\boxed{v_E = v_0 + v_G \ln \frac{M_0}{M_E}} \quad \boxed{-g\,t_B}$$

im Gravitationsfeld

Beispiel: Saturn V Mondrakete

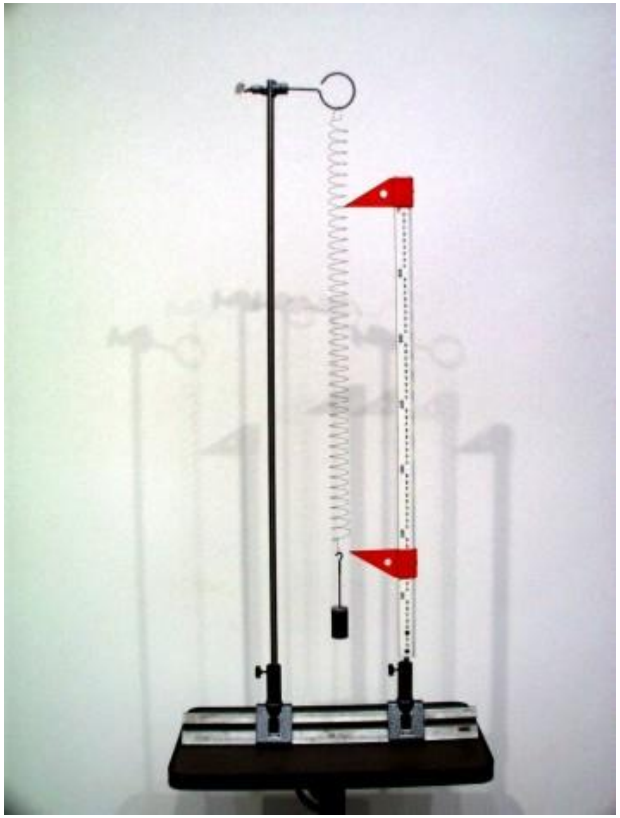
Dreistufige Rakete:
Stufe 1

$M_0 = 2.91 \cdot 10^6$ kg
$M_E = 0.57 \cdot 10^6$ kg
$v_0 = 0$ m/s
$v_G = 2500$ m/s
$t_B = 153$ s

$$v_E = 2500\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \ln \frac{2.91}{0.57} \approx 4000\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_E = 4000\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - g\,t_B \approx 2500\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$ mit Erdanziehung

2) Phänomenologische Kraft: Rückstellkraft einer Feder



Mikroskopisch schwer zu behandelndes Problem!
Kraft ist letztlich auf elektromagnetische Kräfte zurückführbar!

Die Praxis lehrt:

Rücktreibende Kraft $\propto$ zur Auslenkung:

$$\boxed{F = -Dx}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -Dx \;\Rightarrow\; \frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{D}{m}x(t) = 0$$

Bewegungsform:
Harmonische Schwingung
(Details siehe später)

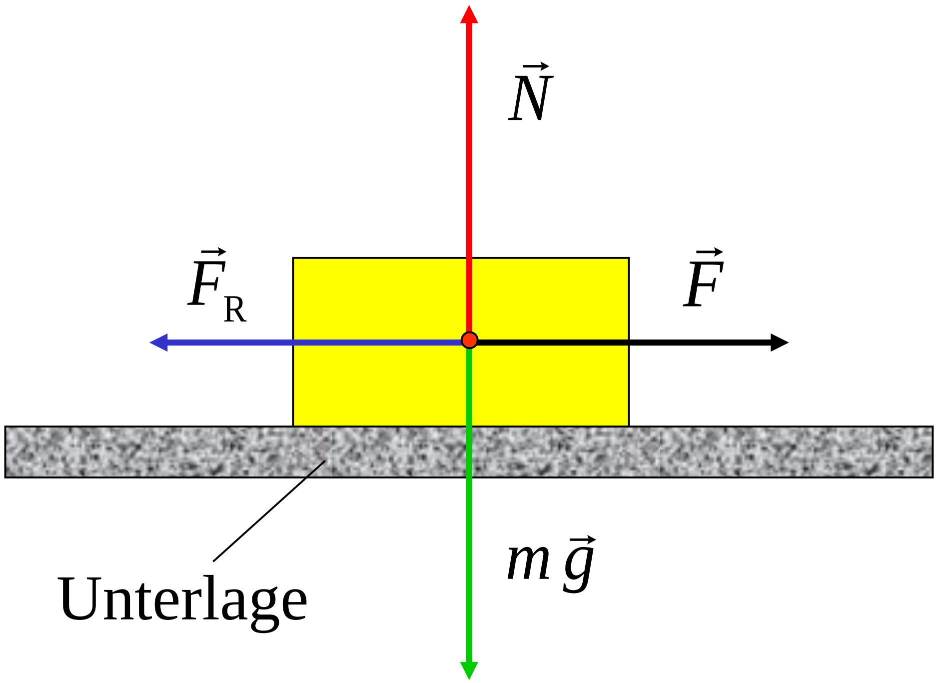
3) Phänomenologische Kraft: Reibungskräfte (Kontaktkräfte)

Details dazu folgen später!

Die Reibungskraft hat generell eine komplizierte Abhängigkeit von der Geschwindigkeit:

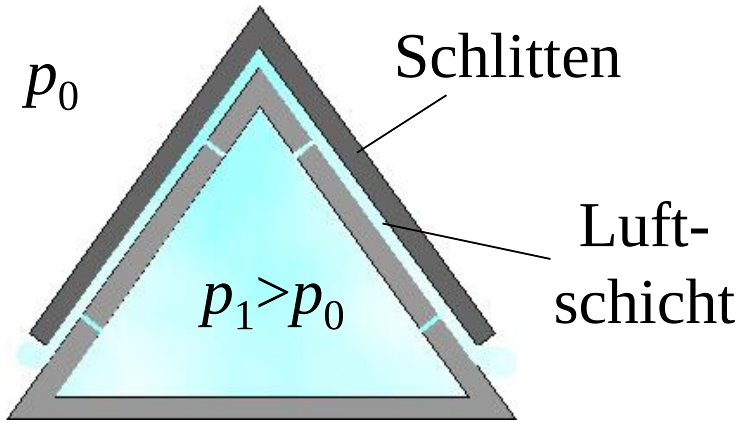
$$\vec{F}_\mathrm{R} = \vec{F}(\vec{v})$$

Der Zusammenhang muss experimentell ermittelt werden.



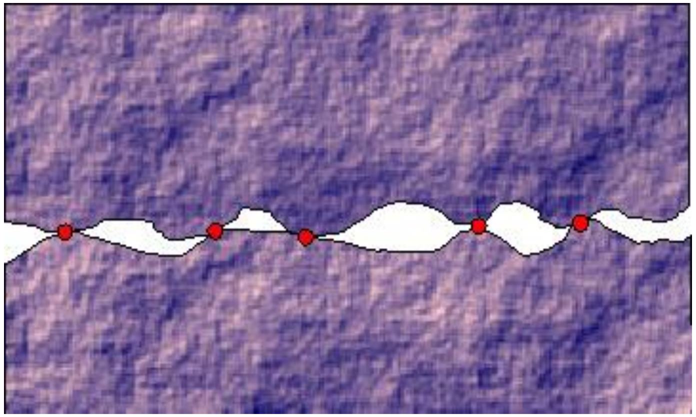
Generell gilt:
Reibung ist parallel zu den sich berührenden Flächen orientiert und wirkt den extern angreifenden Kräften entgegen, hemmt also die Bewegung.

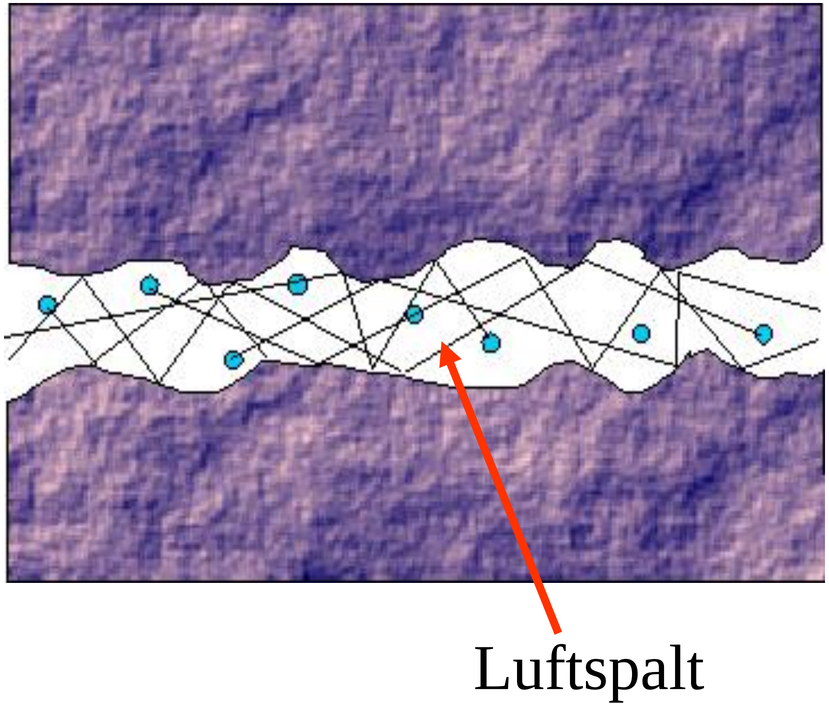
Prinzip der Luftkissenschiene zur extremen Verringerung der Reibung:



Luftkissen hat keine Haftreibung

Haftreibung am festen Körper:





Auf dem Luftkissen bewegen sich Körper mit extrem geringer Reibung und haben in Ruhe keine Haftreibung.