Übungsblatt 13

Abgabe bearbeiteter Übungszettel bis Freitag, 19. Januar, 12 Uhr!

Aufgabe 1: Elektrische und thermische Leitfähigkeit

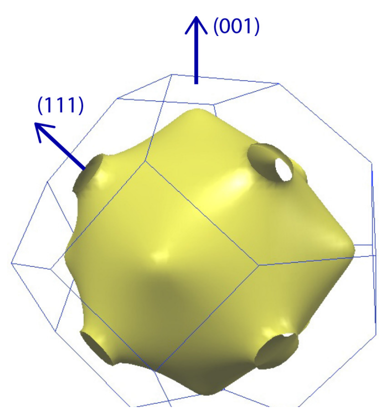
In einem Golddraht nimmt der spezifische Widerstand von $\rho = 3\ \mu\Omega\text{m}$ bei Raumtemperatur auf $1\times10^{-3}\mu\Omega\text{m}$ bei $T = 4\ \text{K}$ ab. Bei einem Draht aus einer Gold-Paladium-Legierung wird ein praktisch temperaturunabhängiger spezifischer Widerstand von $\rho = 50\ \mu\Omega\text{m}$ gemessen.

a) Bestimmen Sie die mittlere freie Weglänge der Elektronen in den beiden Proben bei Raumtemperatur und $4\ \text{K}$! Die Fermi-Wellenzahl sei $k_\text{F} = 1.2\times10^{10}\ \text{m}^{-1}$ und die effektive Masse der Elektronen $m_\text{e}^* = 1.1 m_0$ mit der freien Elektronenmasse m_0.
b) Welche Streuprozesse dominieren bei welcher Temperatur in den beiden Proben?
c) Diskutieren Sie die Wärmeleitfähigkeit der beiden Proben bei einer Temperatur von $4\ \text{K}$!

Aufgabe 2: De Haas-van Alphen-Effekt

Die magnetische Suszeptibilität $\chi = \mu_0 \frac{\partial M}{\partial B}$ von reinen Metallen zeigt bei tiefen Temperaturen eine oszillierende Abhängigkeit ($\propto B^{-1}$) von dem angelegten Magnetfeld. Diese Abhängigkeit wird de Haas-van Alphen-Effekt genannt. Für die Differenz aufeinanderfolgender Flussdichtewerte ergibt sich ein von der Quantenzahl n unabhängiger Wert $\left(\frac{1}{B_{n+1}} - \frac{1}{B_n}\right) = \frac{2\pi e}{\hbar S_k}$, hier bezeichnet e die Elektronenladung. Dieser Wert stimmt mit der Periode von Oszillationen im de Haas-van Alphen-Effekt überein. Zudem lassen sich hierdurch die Extremalflächen S_k der Fermi-Fläche bestimmen. Diese werden im k-Raum von Elektronenbahnen senkrecht zur Richtung des magnetischen Feldes umschlossen.

a) Betrachten Sie das Elektronengas von Gold als ein System freier Elektronen mit der Dichte $n_\text{e} = 5{,}9\times10^{22}\text{cm}^{-3}$. Welche Größe ist für die Extremalfläche der Fermi-Kugel zu erwarten?
b) Experimentell werden für ein Magnetfeld entlang der (001)-Richtung eines Gold-Kristalls Oszillationen mit einer Periode von $\Delta(1/B) = \frac{1}{B_{n+1}} - \frac{1}{B_n} = 1{,}95\times10^{-5}\ \text{T}^{-1}$ beobachtet. Ist das Magnetfeld hingegen entlang der (111)-Richtung ausgerichtet, dann ergeben sich zwei überlagernde Oszillationen mit den Perioden $2{,}05\times10^{-5}\ \text{T}^{-1}$ und $6\times10^{-4}\ \text{T}^{-1}$. Berechnen Sie jeweils die Größe der dazugehörigen Extremalfläche S_k und interpretieren Sie die Ergebnisse anhand der nebenstehenden Fermi-Fläche von Gold!



Quelle: http://www.phys.ufl.edu/fermisurface/html/Z079.html

Aufgabe 3: Massenwirkungsgesetz

Kristallines Silizium ist ein Halbleiter mit indirekter Bandlücke, deren Energie $1.14\,\mathrm{eV}$ beträgt. Die effektive Masse des Lochs kann über $m_\mathrm{h}^* = 0.3\,m_0$ und die des Elektrons über $m_\mathrm{e}^* = 0.2\,m_0$ abgeschätzt werden.

a) Finden Sie einen Ausdruck für $f(T)$ in dem Massenwirkungsgesetz $n_\mathrm{e}n_\mathrm{h} = f(T)$! Hierbei bezeichnet n_e und n_h die Elektron- bzw. Lochkonzentration und T die Temperatur. Es ist möglich, dass Sie die Lösung zum folgenden Integral benötigen: $\int_0^\infty \sqrt{x}\exp(-x)\,dx = \sqrt{\pi/4}$.

b) Die Leitfähigkeit bei Raumtemperatur soll um das 10^4-fache erhöht werden. Bestimmen Sie die dafür notwendige Konzentration N_As von As Donatoratomen, wobei jedes Donatoratom genau ein Elektron zur Leitfähigkeit beiträgt! Vernachlässigen Sie Akzeptoratome und nehmen Sie als statische Dielektrizitätskonstante $\varepsilon = 11.8$ an.