Übungsblatt 11

Abgabe bearbeiteter Übungszettel bis Freitag, 22. Dezember, 12 Uhr!

Aufgabe 1: Fermi-Energie in metallischem Natrium

Metallisches Natrium kristallisiert in der raumzentrierten Phase (bcc), die Länge des Kubus' ist $4{,}25 \times 10^{-8}$cm. Bestimmen Sie unter Berücksichtigung eines Leitungselektrons pro Atom zunächst die Konzentration der Leitungselektronen. Verwenden Sie das freie Elektronengasmodel zur Beschreibung der Leitungselektronen und leiten Sie einen Ausdruck für die Fermi-Energie bei $T = 0$ K her. Zeigen Sie, dass sie nur von der Konzentration der Leitungselektronen, nicht aber von der Kristallmasse abhängt.

Aufgabe 2: Effektive-Masse-Näherung

In der Effektiven-Masse-Näherung sei der Hamilton-Operator für eine 1-dimensionale Bewegung über $H = E(k) - Fx$ gegeben. Hierbei ist $E(k) = E_0 \cos(ka)$ die Einzelbandenergie, F die elektrische Kraft und a die Gitterkonstante. Die einhüllende Wellenfunktion zur Zeit $t = 0$ sei über $\psi(x, t = 0) = \delta(x)$ gegeben.

a) Bestimmen Sie die zeitabhängige Schrödinger-Gleichung und die Anfangsbedingung im k-Raum!
b) Finden Sie die einhüllende Wellenfunktion in der Form $\psi(k,t) = \exp[i\varphi(k,t)]$ im k-Raum zu einem Zeitpunkt t!
c) Formulieren Sie die Wellenfunktion im Realraum als die Fourier-Transformierte von $\psi(k,t)$! Weisen Sie um einen stationären Punkt k_0 Bloch-Oszillationen nach!

Aufgabe 3: Elektronen in einem 1D-Leiter in Tight-Binding-Näherung

Betrachten Sie einen Leiter mit Länge L in der Tight-Binding-Näherung. Die Dispersionsrelation sei über $E_k = E_0 - D/2\ \cos(ka)$ mit Gitterkonstante a gegeben. Ein statisches elektrisches Feld wird an dem Leiter angelegt. Zur Vereinfachung nehmen Sie an, dass $T = 0$ ist, das Energieband teilweise bis zum Fermi-Wellenvektor k_F mit $k_F < \pi/a$ gefüllt ist und Elektronenstreuung nicht auftritt.

a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $v(t)$ des Elektrons, das den Kristallimpuls k_0 zur Zeit $t = 0$ hat! Wie groß ist die maximale Geschwindigkeit?
b) Nehmen Sie nun an, dass bei $t = 0$ alle Zustände unterhalb der Fermi-Energie mit Elektronen besetzt sind, während die Zustände oberhalb der Fermi-Energie leer sind. Bestimmen Sie einen Ausdruck für die Stromdichte als Funktion der Zeit!
c) Zeichnen Sie die Amplitude der Stromdichte als Funktion der Elektronendichte von $n = 0$ bis $n = 2/a$!