



Zeitlich veränderliche Felder: Elektrodynamik

Die Maxwell-Gleichungen im statischen Fall

Integralform

Differentialform

$$(1) \quad \oiint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_{V(A)} \rho dV$$

$$\Leftrightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$



$$(2) \quad \oiint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$(3) \quad \oint_{\partial A} \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$$

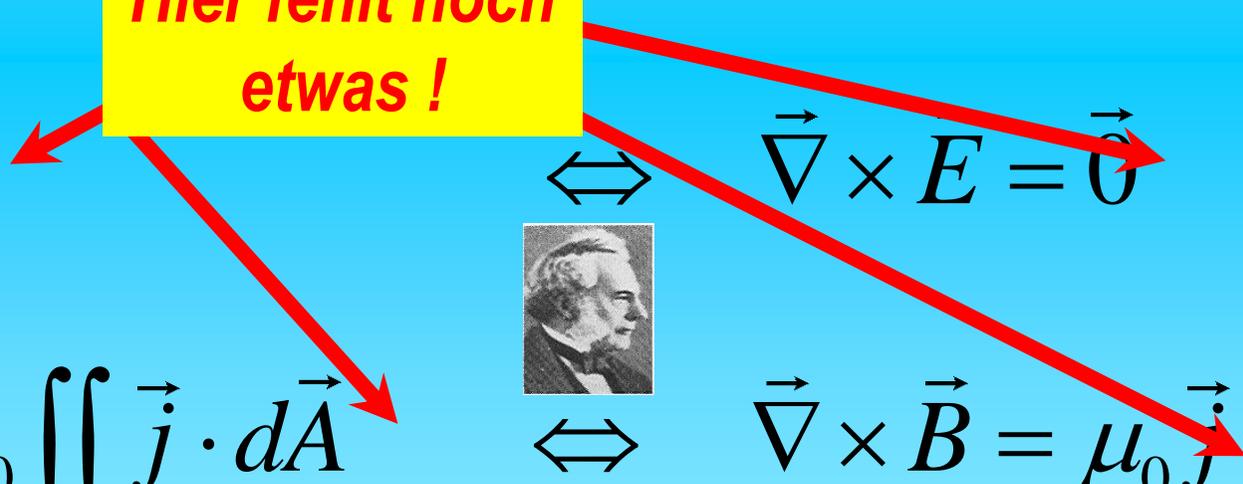
$$\Leftrightarrow \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0}$$

$$(4) \quad \oint_{\partial A} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

$$\Leftrightarrow \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$



Hier fehlt noch etwas !





Es sollen noch einmal einige Begriffe wiederholt werden:

Elektrische Spannung:
$$U = - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

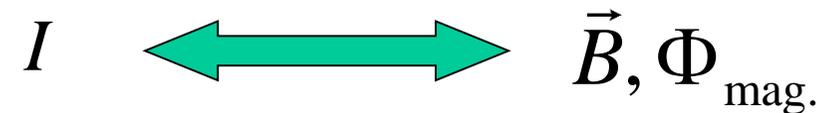
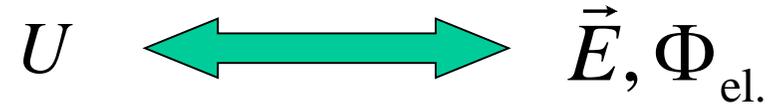
Elektrischer Fluß:
$$\Phi_{\text{el.}} = \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Elektrischer Strom:
$$I = \frac{1}{\mu_0} \oint \vec{B} \cdot d\vec{r}$$

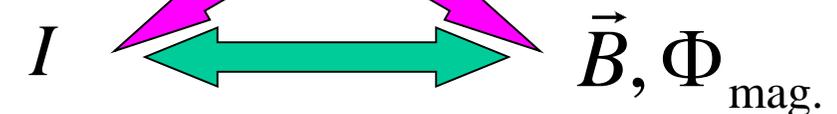
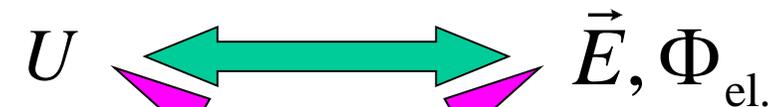
Magnetischer Fluß:
$$\Phi_{\text{mag.}} = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Weiterhin sind Ladungen q die Quellen des elektrischen Feldes. Das magnetische Feld hat keine Quellen. Es wird durch Ströme erzeugt.

Im statischen Fall gelten folgende Abhängigkeiten:



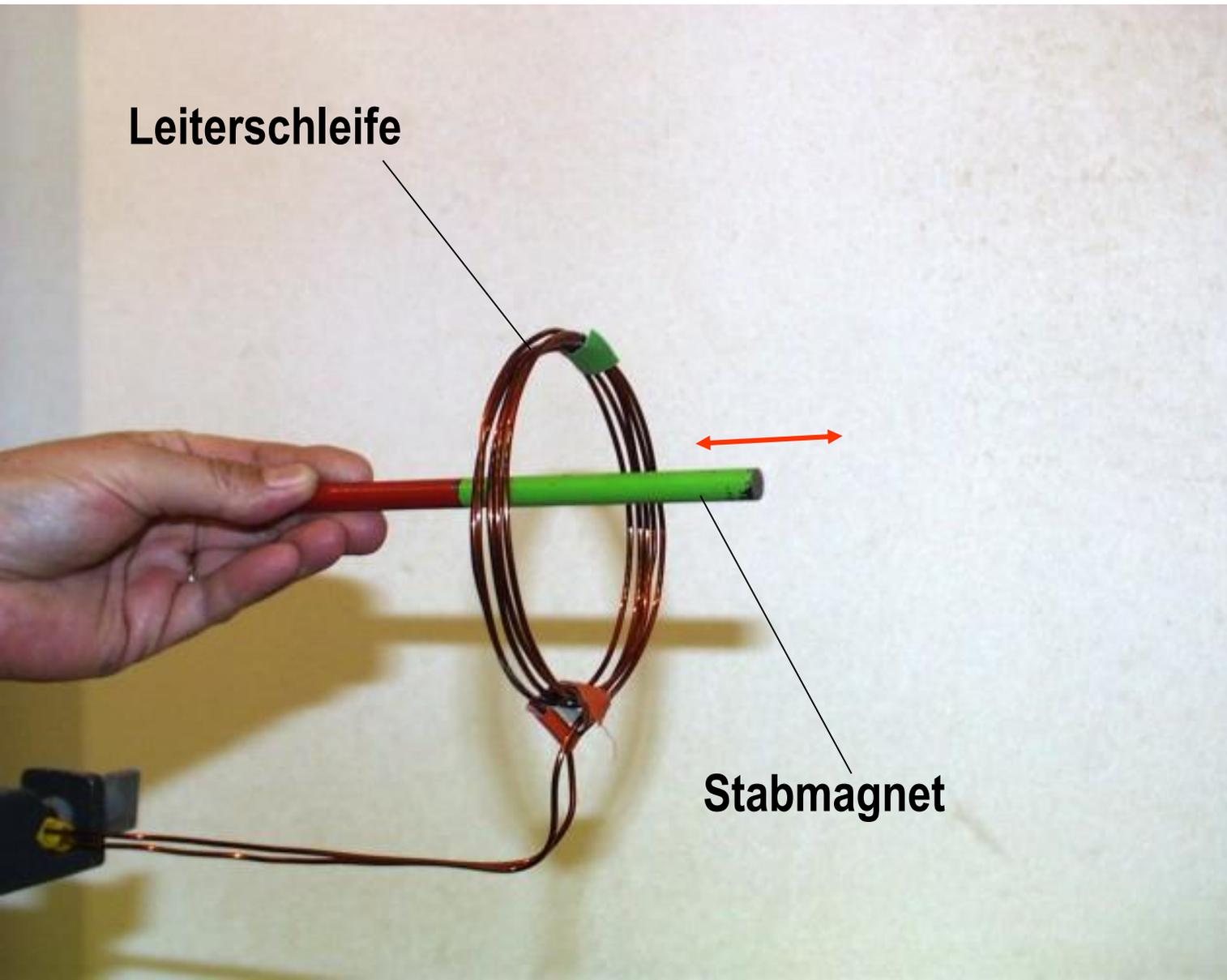
Bei zeitabhängigen Feldern kommen weitere hinzu:





Das Induktionsgesetz

Versuch 1: Bewegter Magnet in einer Leiterschleife



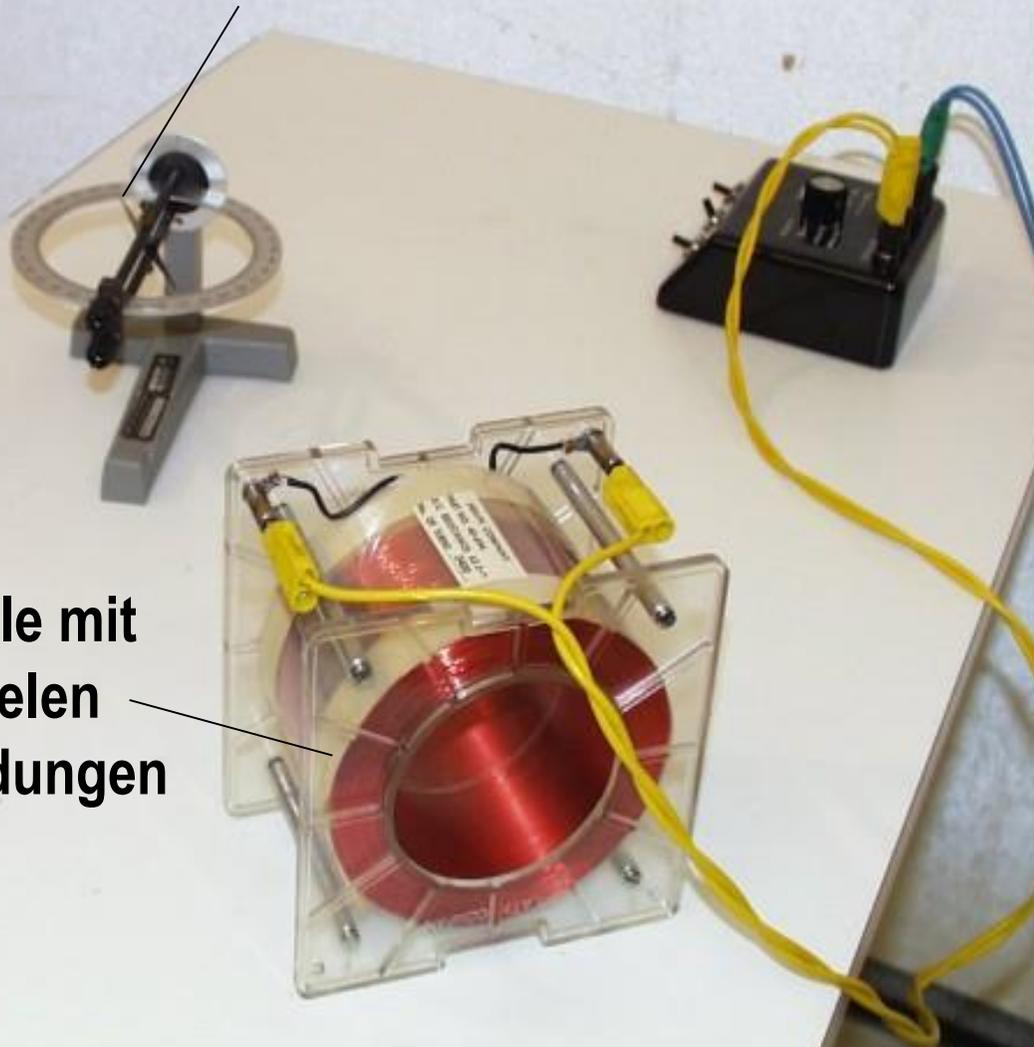
Wenn der magnetische Fluß durch eine Leiterschleife zeitlich veränderlich ist, dann wird eine Spannung und somit ein elektrisches Feld erzeugt.



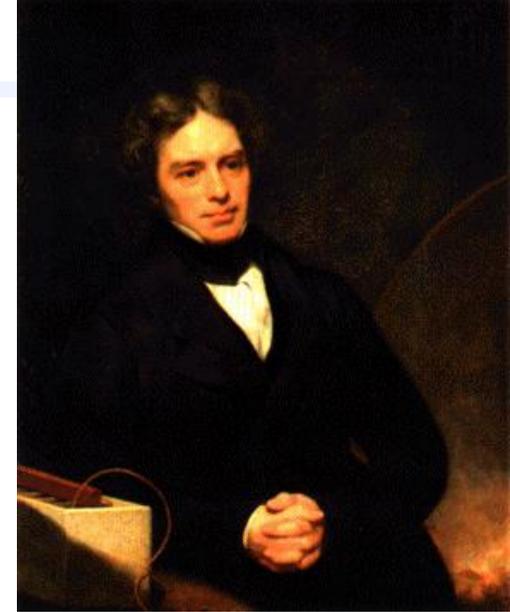
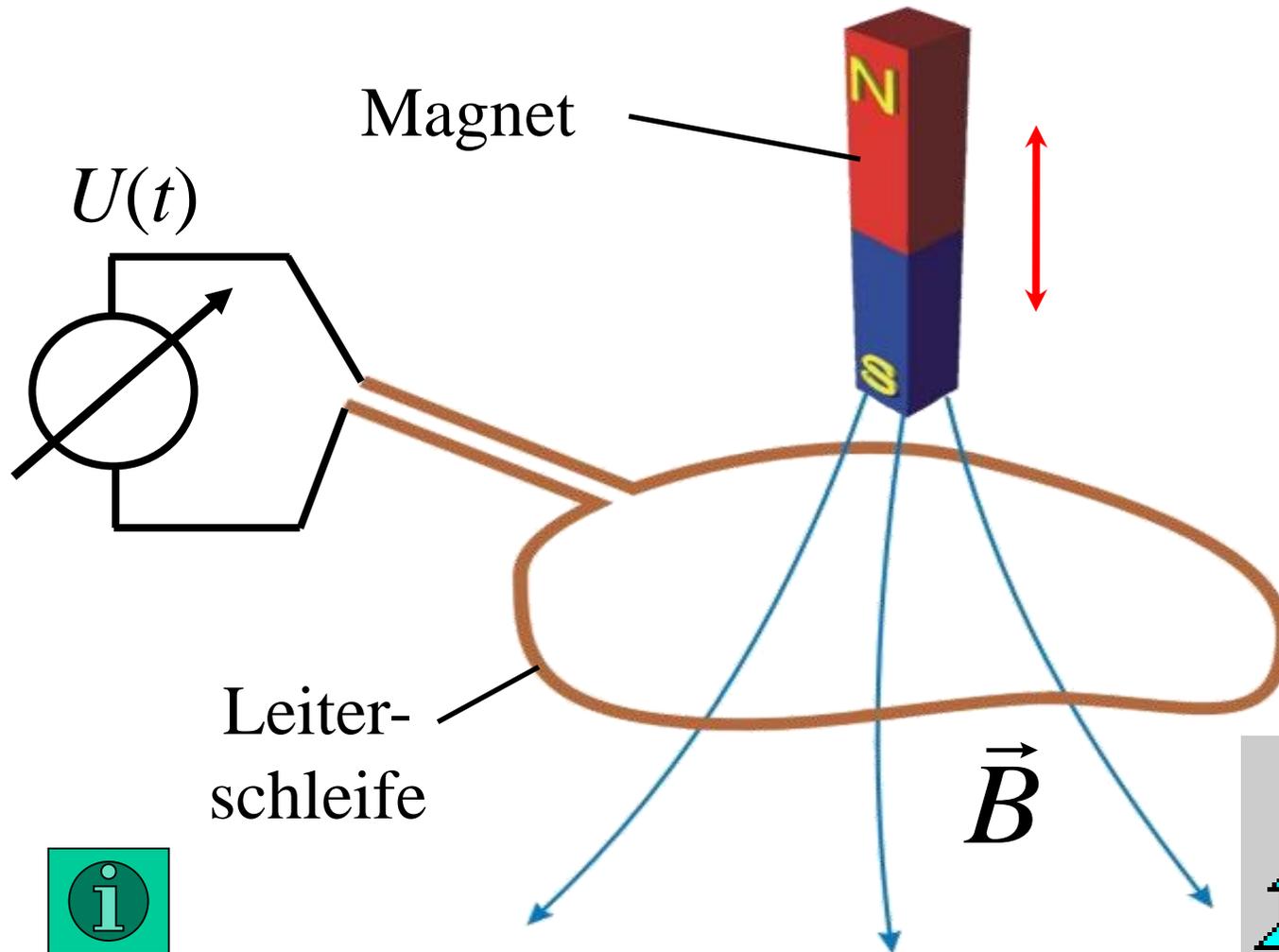
Versuch 2: Bewegte Spule im Erdmagnetfeld

Kompaßnadel

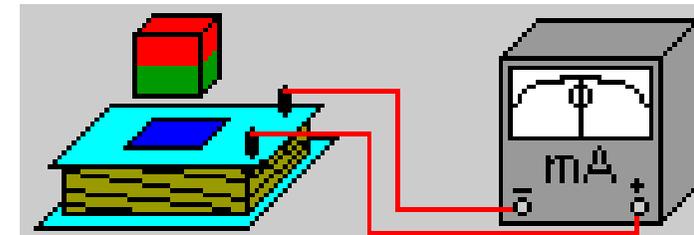
Spule mit
vielen
Windungen



Wieder ist der magnetische Fluß durch die Leiterschleife (Spule) zeitlich veränderlich. Es wird ebenfalls eine Spannung und somit ein elektrisches Feld erzeugt. Es kommt also nur auf die *zeitliche Änderung* des magnetischen Flusses an.



Michael Faraday
(1791-1867)



Faraday entdeckte im Jahre 1831, dass eine elektrische Spannung durch einen zeitlich veränderlichen magnetischen Fluß erzeugt werden kann. Dieses Phänomen wird *Induktion* genannt.



Im statischen Fall wird keine Spannung induziert; es ist $U = 0$. Experimentell findet man:

$$U(t) \propto \frac{dB}{dt}$$

Die induzierte Spannung ist also proportional zur zeitlichen Änderung des Magnetfeldes.

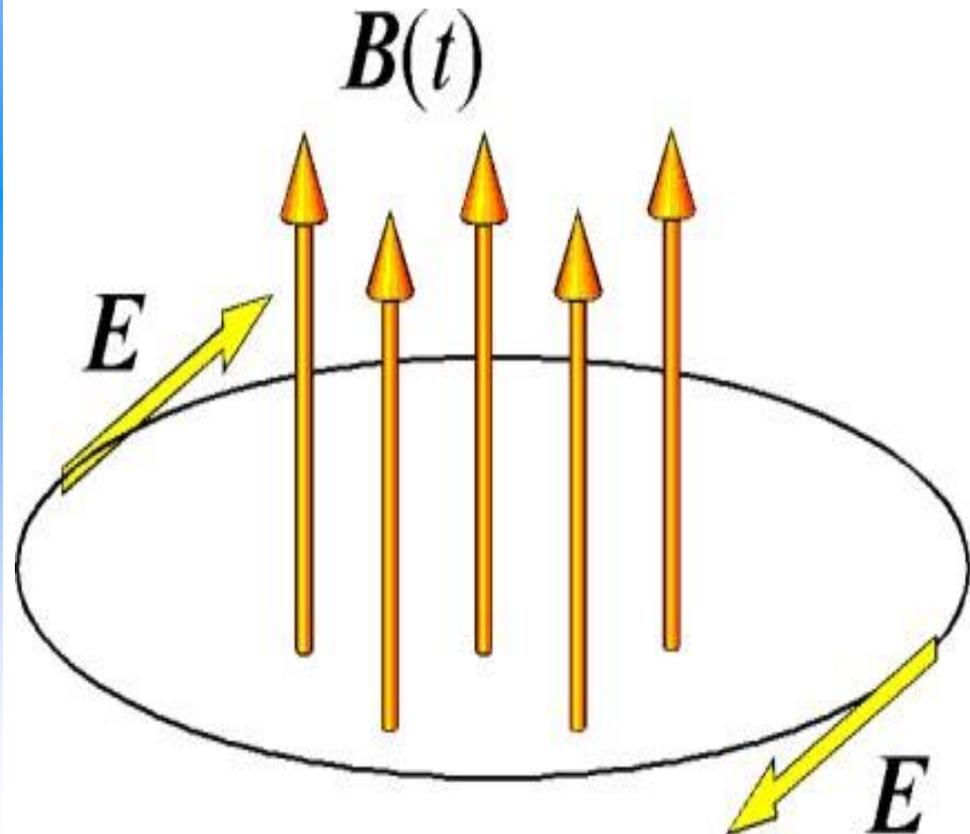
Da

$$U(t) = \oint_{\text{Schleife}} \vec{E}(t) \cdot d\vec{r}$$

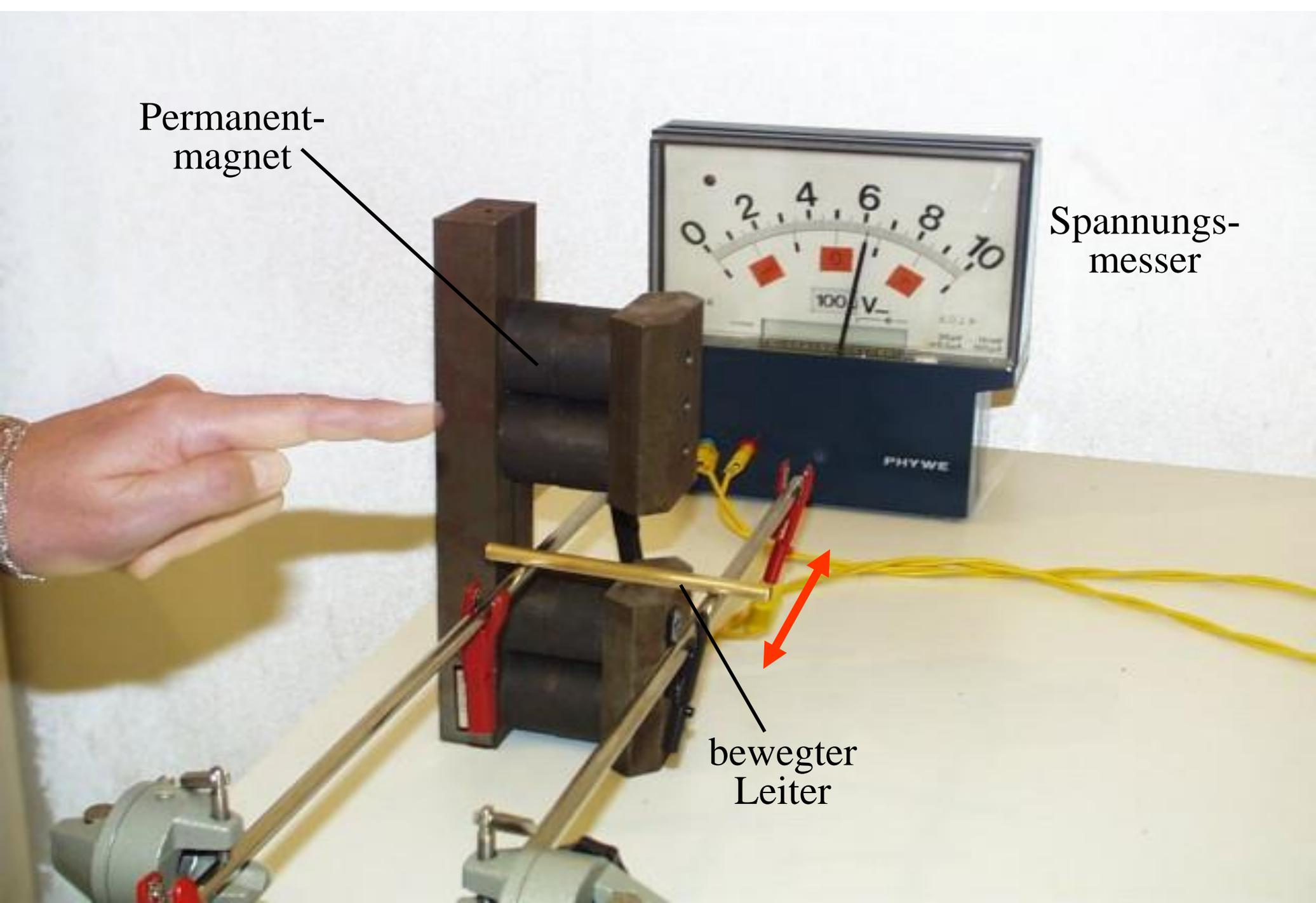
gilt genauer:

$$\oint_{\text{Schleife}} \vec{E}(t) \cdot d\vec{r} \propto \frac{d}{dt} |\vec{B}(t)|$$

Ein zeitlich veränderliches Magnetfeld erzeugt ein elektrisches Wirbelfeld. Da das geschlossene Wegintegral für dieses Feld nicht verschwindet, existiert kein Potential für dieses Wirbelfeld!



Versuch 3: Änderung des magnetischen Flusses durch Änderung der Fläche



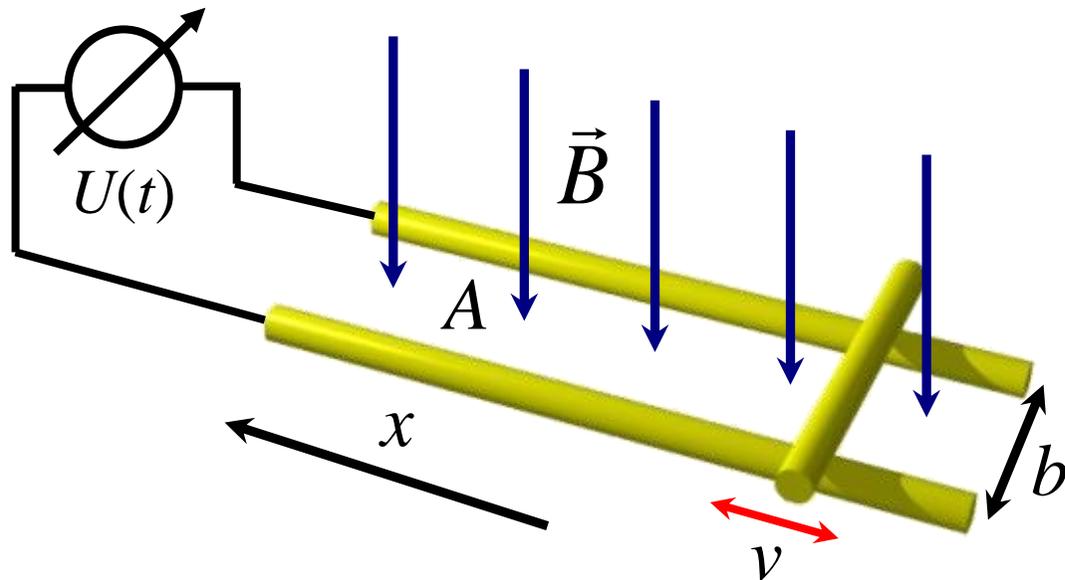
Permanent-
magnet

Spannungs-
messer

bewegter
Leiter



Durch Verschieben des Leiters wird die Fläche einer in einem Magnetfeld angeordneten Leiterschleife verändert.



Auch durch Veränderung der Fläche der Leiterschleife, die vom Magnetfeld durchsetzt wird, entsteht eine Spannung. Das Experiment liefert den Zusammenhang:

$$U(t) \propto v = \frac{dx}{dt}$$

Die Fläche der Leiterschleife ist:

$$A = x b$$

Daher kann man schreiben:

$$U(t) \propto \frac{dA}{dt}$$

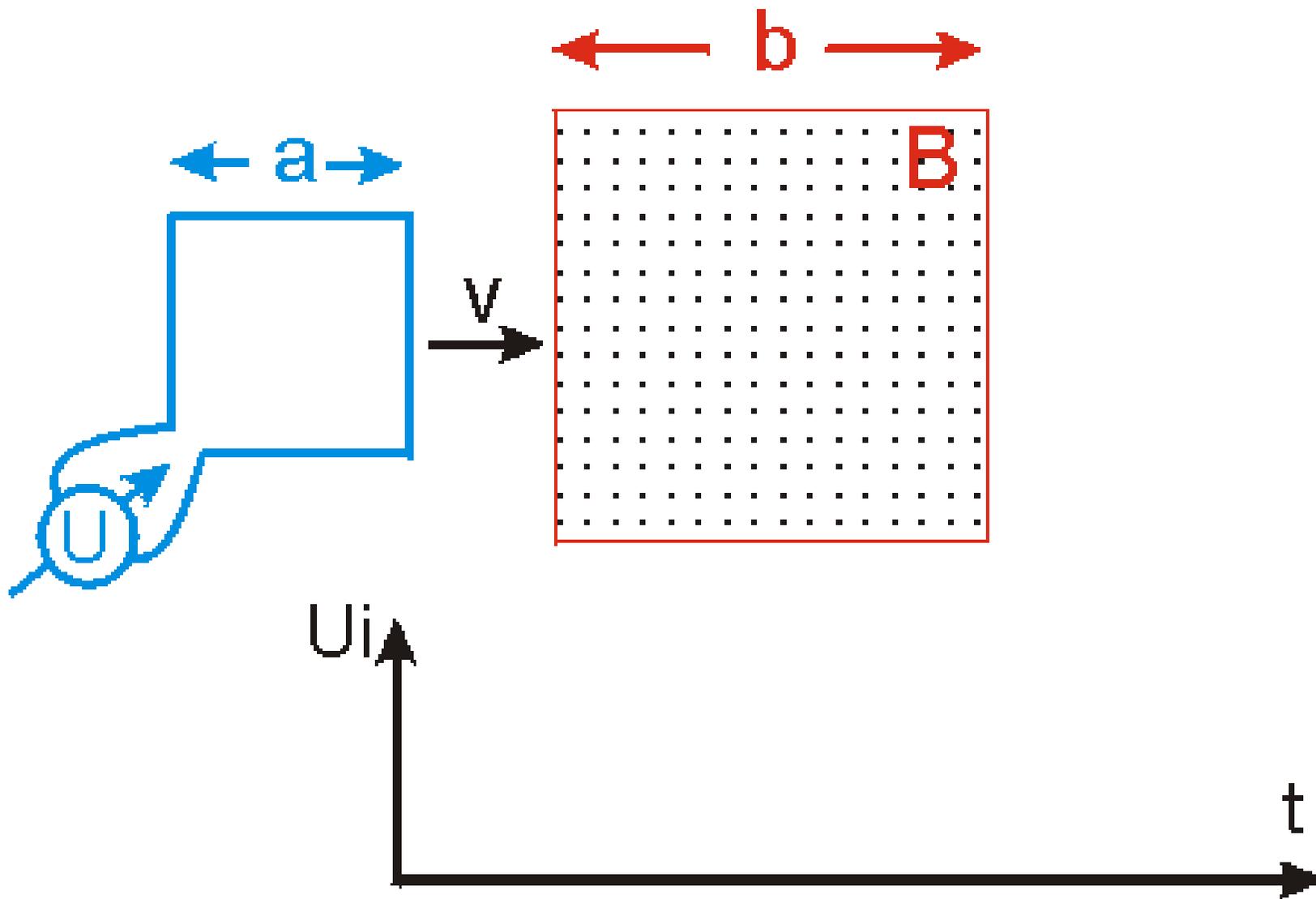
Der magnetische Fluß für ein Feld $B(t)$, welches senkrecht durch eine Fläche $A(t)$ tritt, ist gegeben durch:

$$\Phi_{\text{mag.}}(t) = A(t)B(t)$$

Dann ergibt sich das Induktionsgesetz:

$$U(t) = -\frac{d}{dt}(B(t)A(t)) = -\frac{d\Phi_{\text{mag.}}}{dt}$$

Das negative Vorzeichen wird im nächsten Abschnitt erklärt.



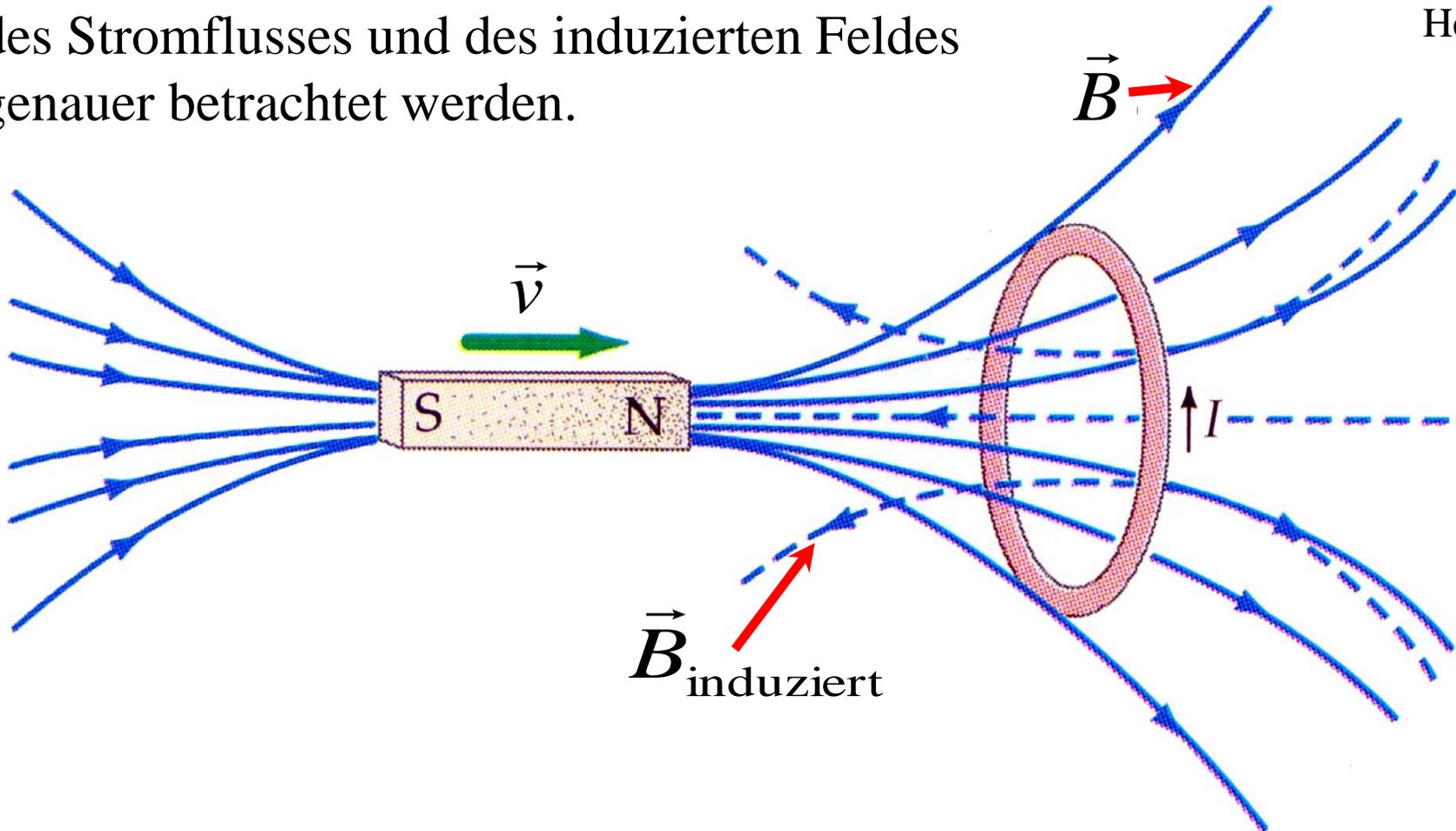
Die induzierte Spannung ist proportional zur *Änderung* des elektrischen Flusses durch die Leiterschleife.

Die Lenz'sche Regel

Wenn durch Induktion in einer Leiterschleife eine Spannung entsteht, dann fließt wegen dieser Potentialdifferenz ein Strom. Dieser Strom ist wieder von einem Magnetfeld, dem induzierten Feld, umgeben. Es soll nun die Richtung des Stromflusses und des induzierten Feldes genauer betrachtet werden.

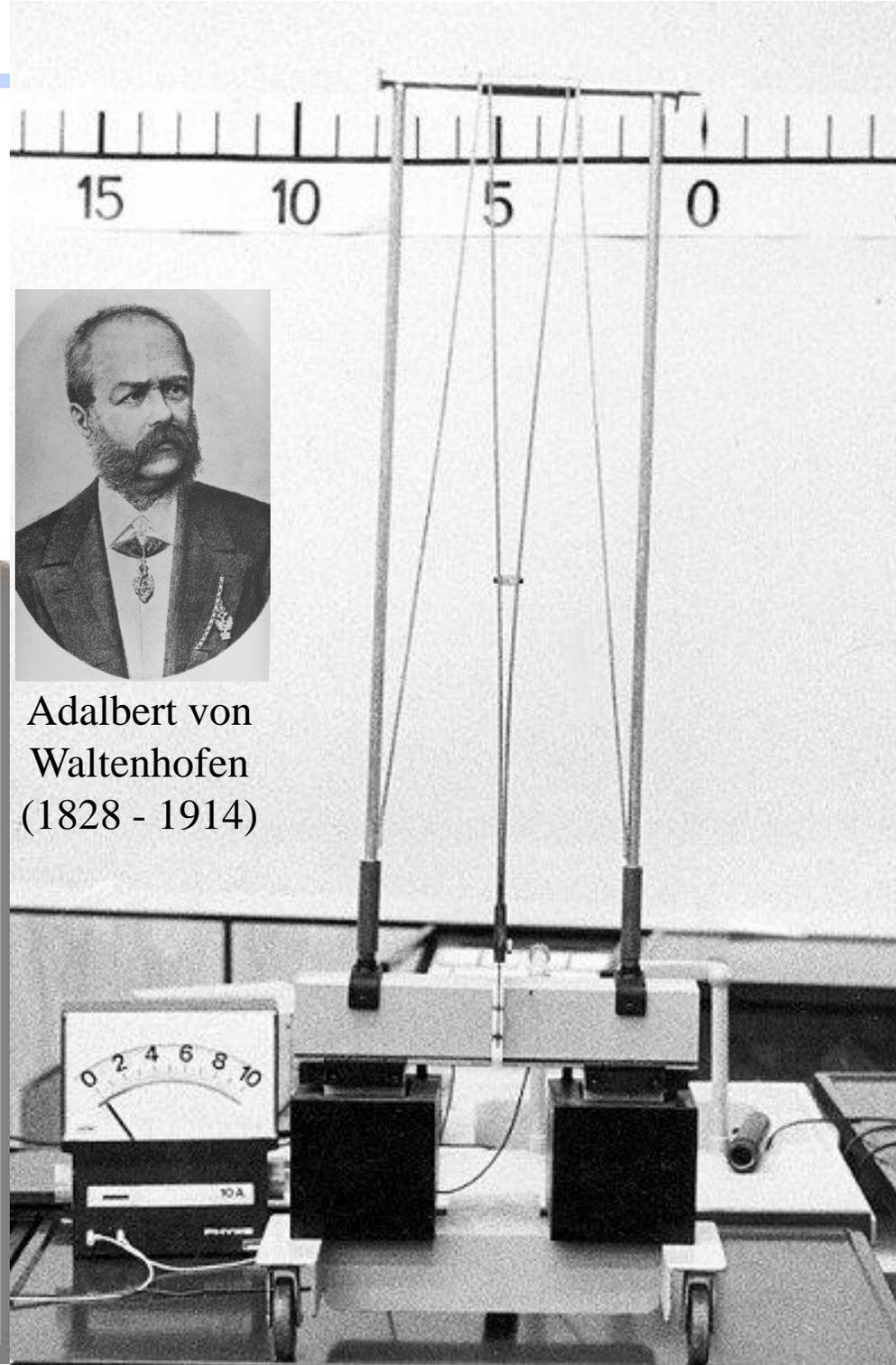


Heinrich Friedrich
Emil Lenz
(1804-1865)



Versuch 4: Das Waltenhofen-Pendel

Ein Pendel, an dem ein Leiter schwingt, wird in einem Magnetfeld stark abgebremst. Der Grund dafür ist das durch Wirbelströme verursachte Magnetfeld im Leiter (\Rightarrow „Wirbelstrombremse“).

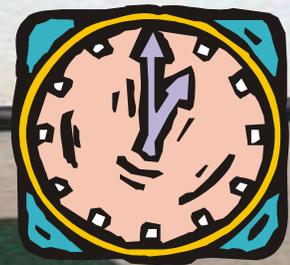


Adalbert von
Waltenhofen
(1828 - 1914)



Versuch 5: Fallender Magnet

Ein Magnet und ein unmagnetischer Gegenstand fallen in einer *Metallröhre* zu Boden.



Der Magnet kommt deutlich später an !!

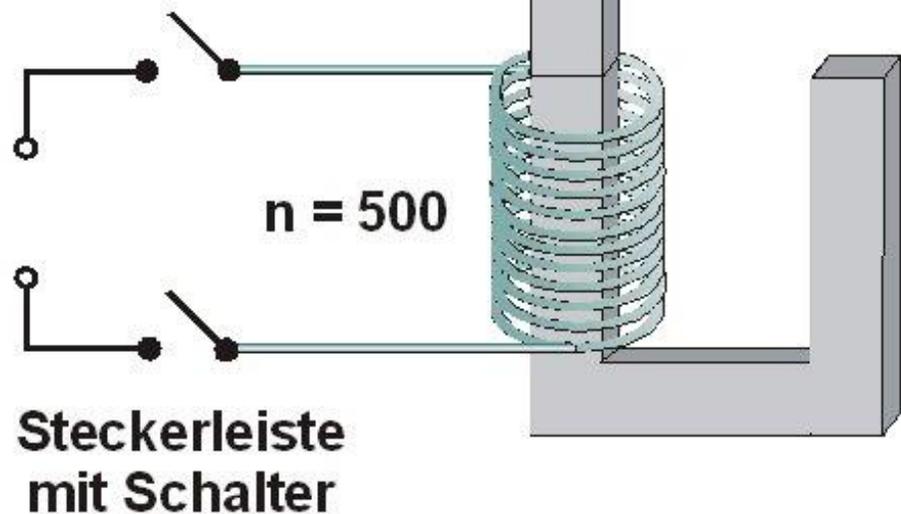
Versuch 6:

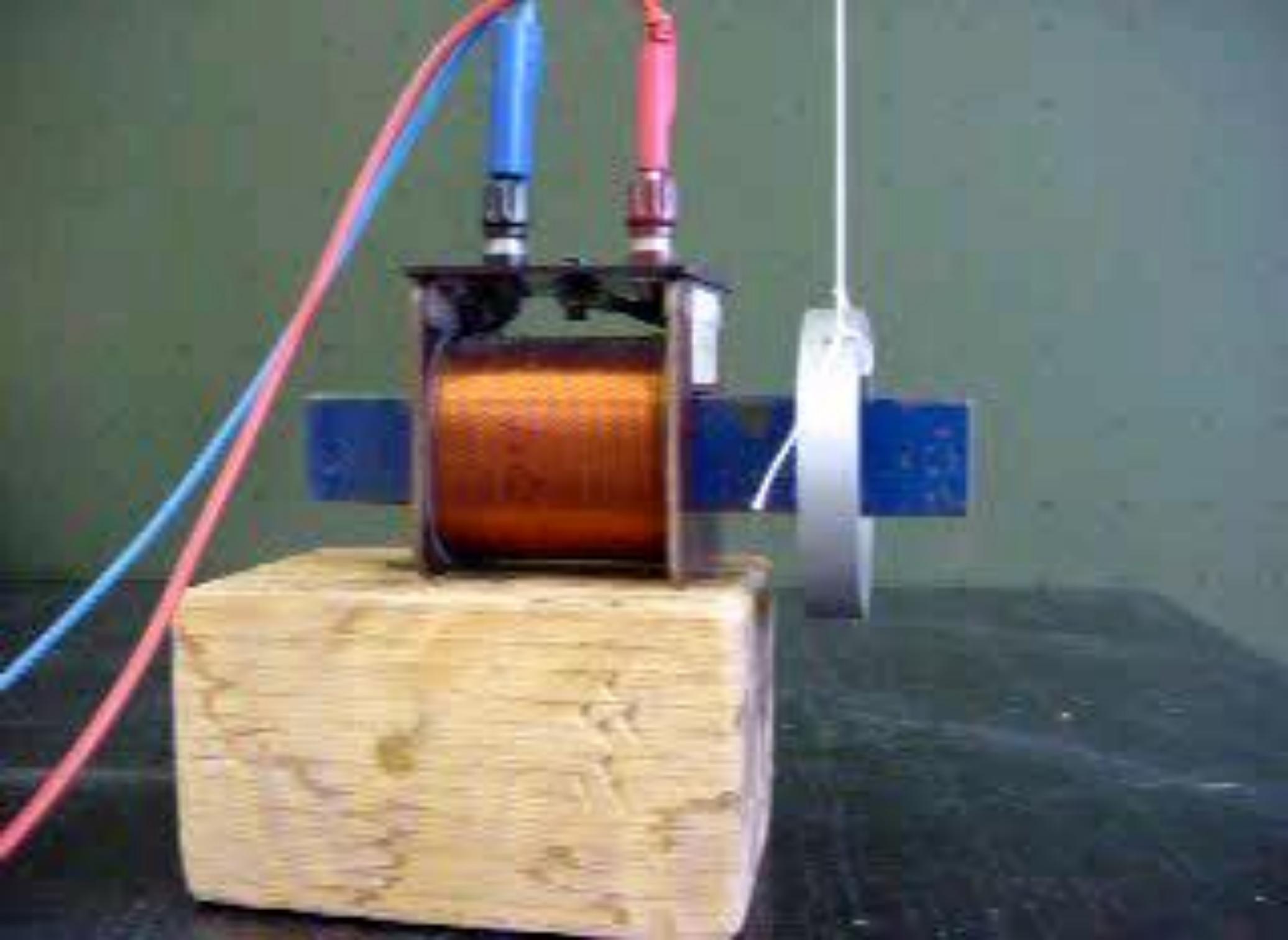
Der Thomson'sche Ring

Nach Einschalten des Stromes und damit des Magnetfeldes wird der Aluminiumring nach oben geschleudert. Wenn der Ring unterbrochen ist, dann passiert nichts.



$U = 0 \dots 230 \text{ V} \sim$

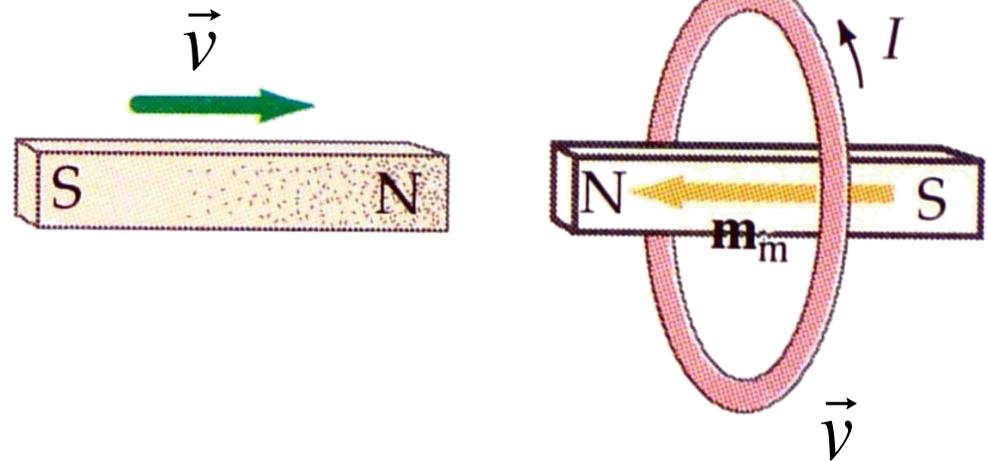




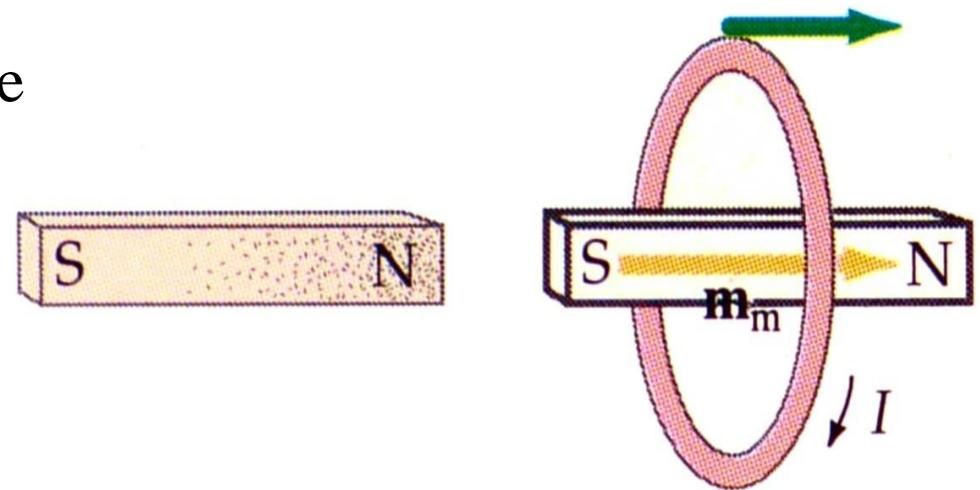


Experimentell findet man folgendes:

(i) Wenn ein Magnet auf eine Leiterschleife zu bewegt wird, dann wird die Leiterschleife durch das induzierte Magnetfeld abgestoßen.

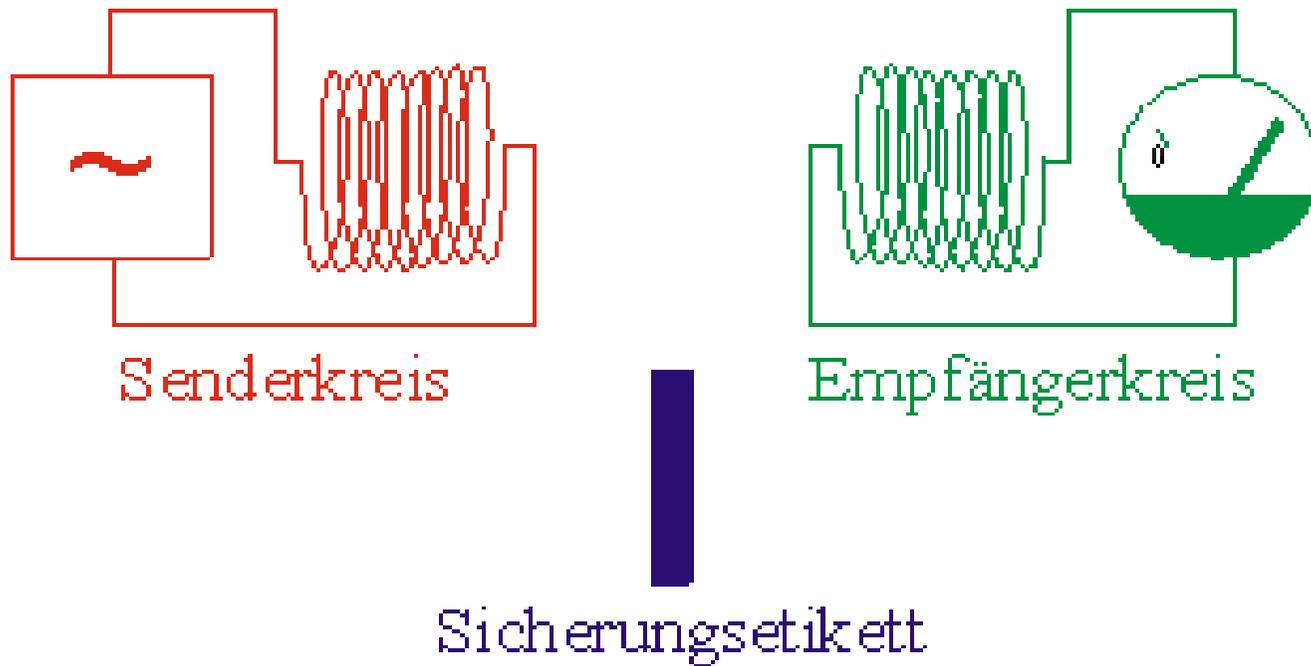


(ii) Wenn hingegen die Leiterschleife vom Magneten weg bewegt wird, dann entsteht ein anziehendes induziertes Magnetfeld.



Dies läßt sich allgemein zusammenfassen zu der *Lenz'schen Regel* (1834):
„Der Induktionsstrom wirkt immer seiner Ursache entgegen!“

Anwendung: Diebstahlsicherung im Kaufhaus (älteres System)



Wegen der Lenz'schen Regel schwächt das Feld des in der Diebstahlsicherung induzierten Stroms das Magnetfeld des Senderkreises.



Die 3. Maxwell'sche Gleichung

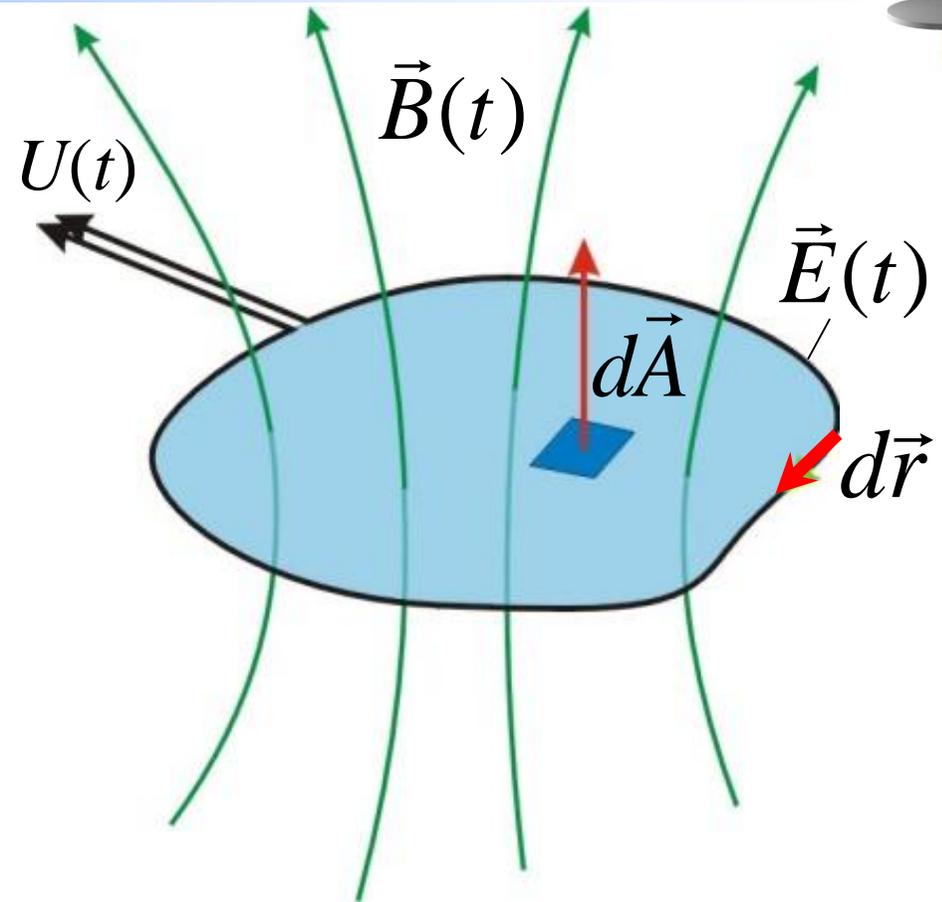
Wir hatten das Induktionsgesetz

$$U(t) = -\frac{d}{dt}(B(t)A(t)) = -\frac{d\Phi_{\text{mag.}}}{dt}$$

experimentell begründet, wobei das negative Vorzeichen der Lenz'schen Regel entspricht. Bisher waren wir von einem Magnetfeld ausgegangen, dass eine rechteckige Fläche senkrecht durchsetzt. Dies soll jetzt stark verallgemeinert werden.

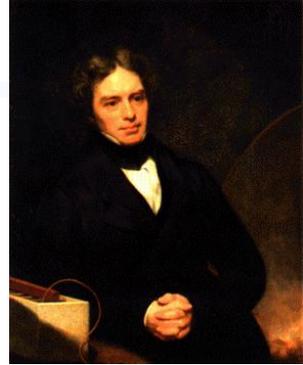
Wir betrachten eine beliebige Leiterschleife, die von einem Magnetfeld durchsetzt wird. Dann ist der magnetische Fluß durch die Leiterschleife:

$$\Phi_{\text{mag.}} = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$



Die elektrische Spannung an den Enden der Leiterschleife ergibt sich durch Integration über das elektrische Feld:

$$U(t) = \oint_{\text{Schleife}} \vec{E}(t) \cdot d\vec{r}$$



Michael Faraday
(1791-1867)

Das Induktionsgesetz läßt sich also folgendermaßen verallgemeinern:

$$\oint_{\partial A} \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Bemerkungen:

- Dies ist das sog. **Faraday'sche Induktionsgesetz**. Hierbei handelt es um die **3. Maxwell'sche Gleichung** in integraler Form.
- Die obige Gleichung bedeutet anschaulich, dass zeitlich veränderliche magnetische Felder elektrische Wirbelfelder hervorrufen.
- Neben Ladungen können elektrische Felder also von veränderlichen Magnetfeldern (genauer: magnetischen Flüssen) erzeugt werden.
- Das Wegintegral auf der linken Seite ist entlang der Randkurve ∂A der Fläche A , durch die das Magnetfeld tritt, zu berechnen.
- Man kann die Induktion mit der Lorentz-Kraft begründen. 
- Auf dem Induktionsgesetz basiert die Stromerzeugung mittels Turbinen.

Induktionsgesetz



elektrische
Energie

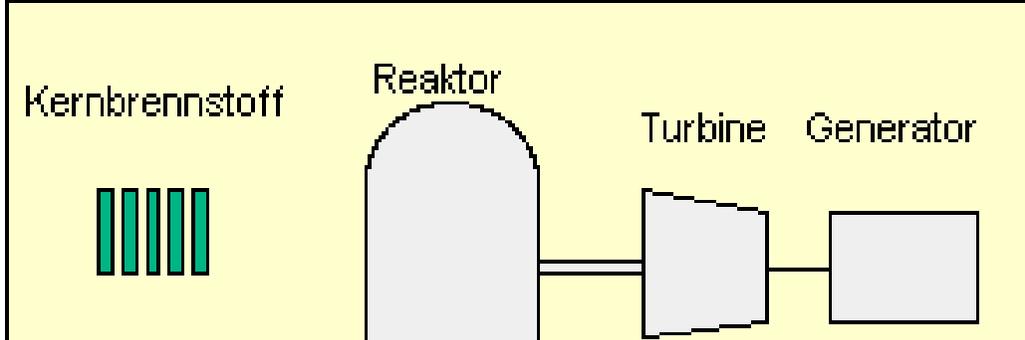
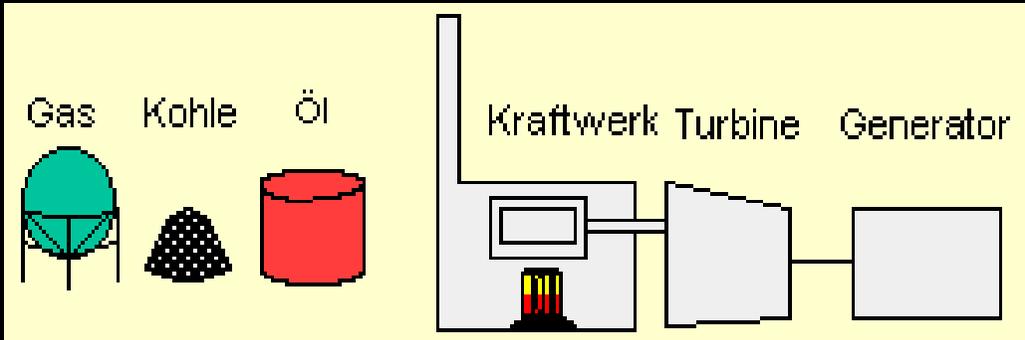


Generator

mechanische
Energie

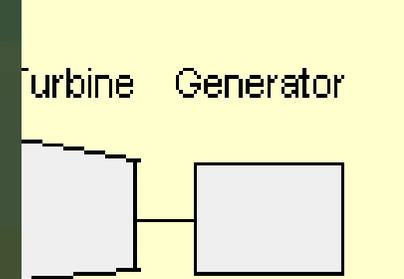


Die Umkehrung eines
Generators ist ein
Elektromotor.



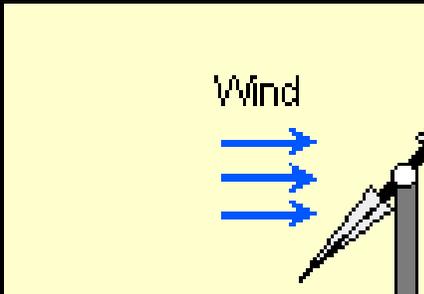
chemische Energie →

mech. Energie → elektrische Energie

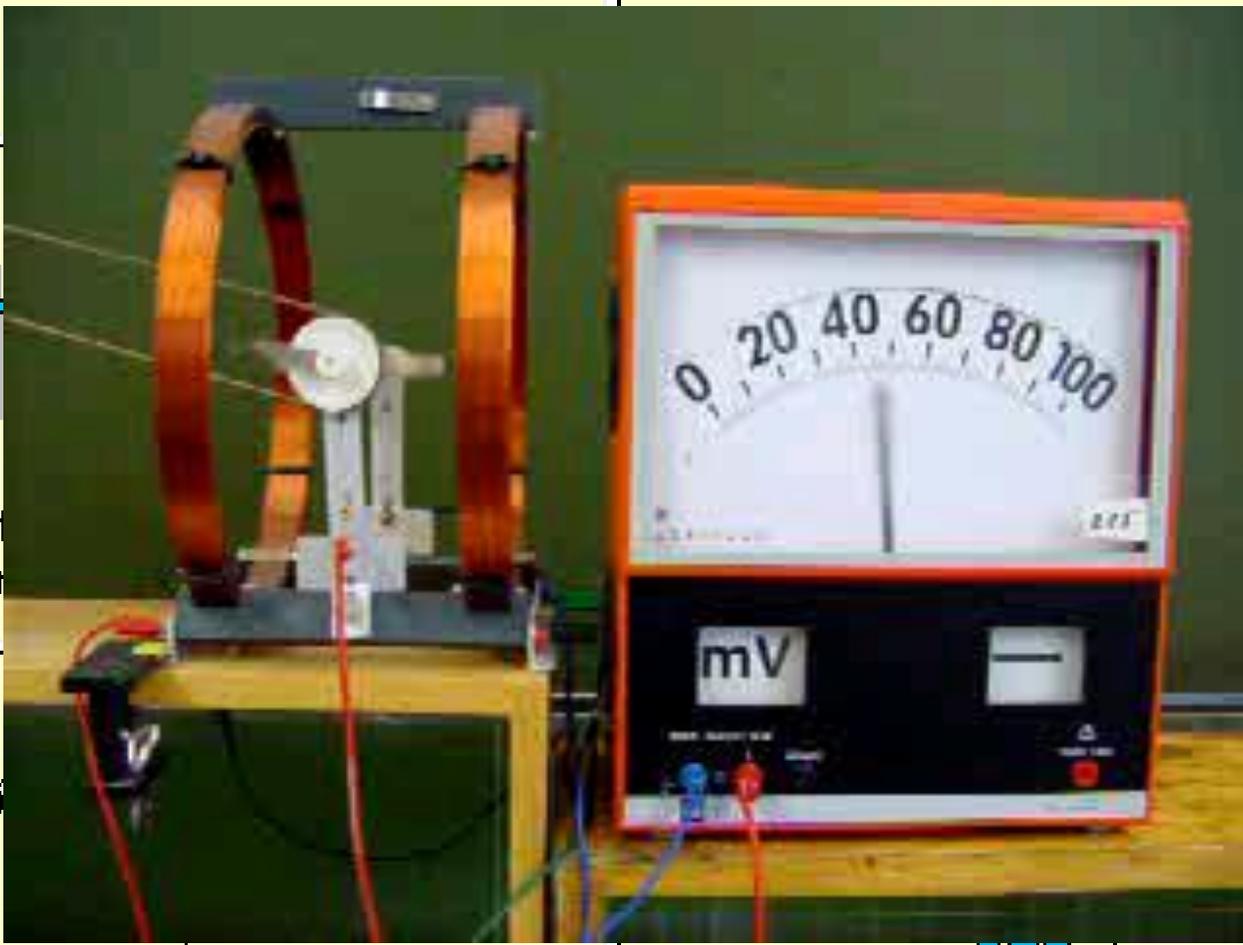


potentielle Energie → kinetische Energie

mech. Energie → elektrische Energie



Bewegungsenergie → elektrische Energie



Strahlungsenergie der Sonne → elektrische Energie



Jetzt soll die 3. Maxwell-Gleichung wieder in die differentielle Form überführt werden. Mit dem Stokes 'schen Integralsatz läßt sich die linke Seite umformen zu

$$\oint_{\partial A} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \iint_A (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{A}$$

wobei die Randkurve der Fläche A den Integrationsweg auf der linken Seite darstellt.

Einsetzen ergibt:

$$\iint_A (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{A} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Umformen liefert schließlich:

$$\iint_A (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{A} = \iint_A \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{A}$$

Diese Gleichung soll für jede beliebige Fläche A gelten. Dies ist nur möglich, wenn beide Integranden übereinstimmen, also:

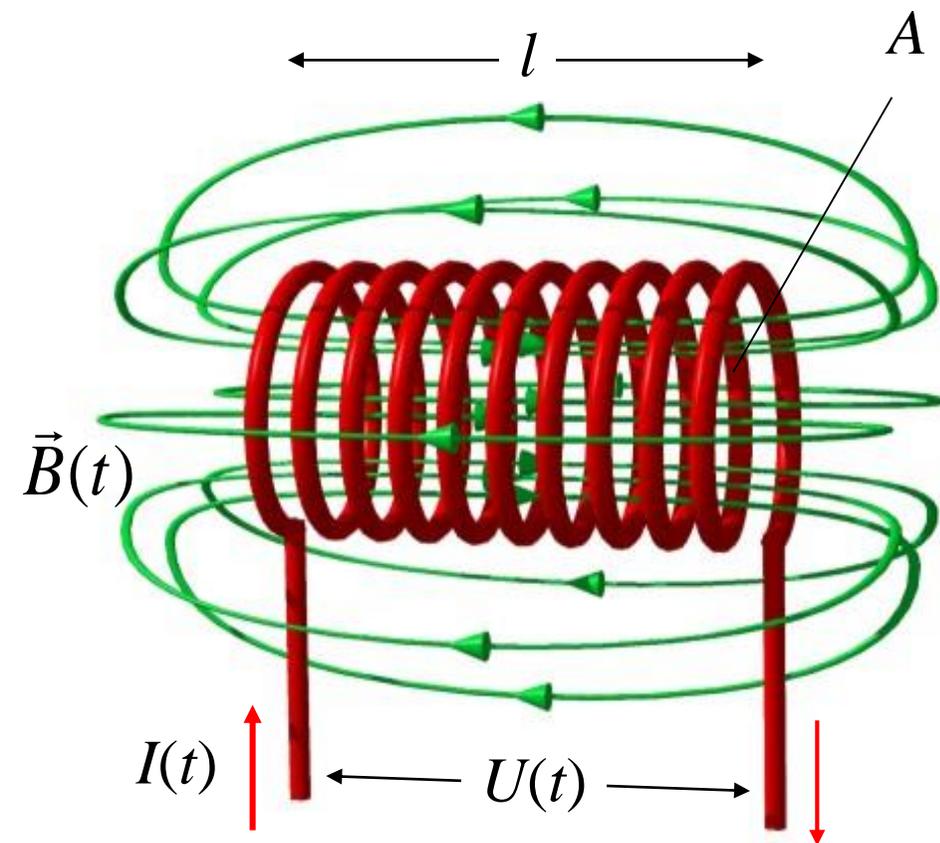
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Dies ist die **3. Maxwell'sche Gleichung**, also das Induktionsgesetz, in differentieller Form.



Die Selbstinduktion einer Spule

Wir betrachten das Feld einer Spule der Länge l mit N Windungen, die von einem zeitabhängigen Strom $I(t)$ durchflossen wird.



Das Feld im Inneren der Spule ist:

$$B(t) = \mu_0 \frac{N}{l} I(t)$$

Da das Feld zeitlich veränderlich ist, entsteht eine Induktionsspannung

$$U(t) = -\frac{d\Phi_{\text{mag.}}}{dt} = -NA \frac{dB(t)}{dt}$$

wobei A die Querschnittsfläche der Spule ist.

Differenzieren der Gleichung oben ergibt:

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\mu_0 N}{l} \frac{dI(t)}{dt}$$



Einsetzen in das Induktionsgesetz liefert:

$$U(t) = - \frac{\mu_0 AN^2}{l} \frac{dI(t)}{dt}$$

Die Größe

$$L = \frac{\mu_0 AN^2}{l}$$

ist die *Selbstinduktion* oder *Induktivität* der Spule. Sie hängt nur von geometrischen Eigenschaften wie der Querschnittsfläche, der Länge und der Windungszahl ab.

Die Einheit der Selbstinduktion ist:

$$[L] = 1 \frac{\text{Vs m}^2}{\text{Am m}} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{A}} = 1 \text{ H (Henry)}$$

Beispiel:

Eine Spule habe die Länge $l = 10 \text{ cm}$ und den Durchmesser $D = 5 \text{ cm}$. Sie hat $N = 50$ Windungen. Wie groß ist die Induktivität L ?

Die Querschnittsfläche A ist dann:

$$A = \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 = 1.963 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Mit $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$ ergibt sich dann:

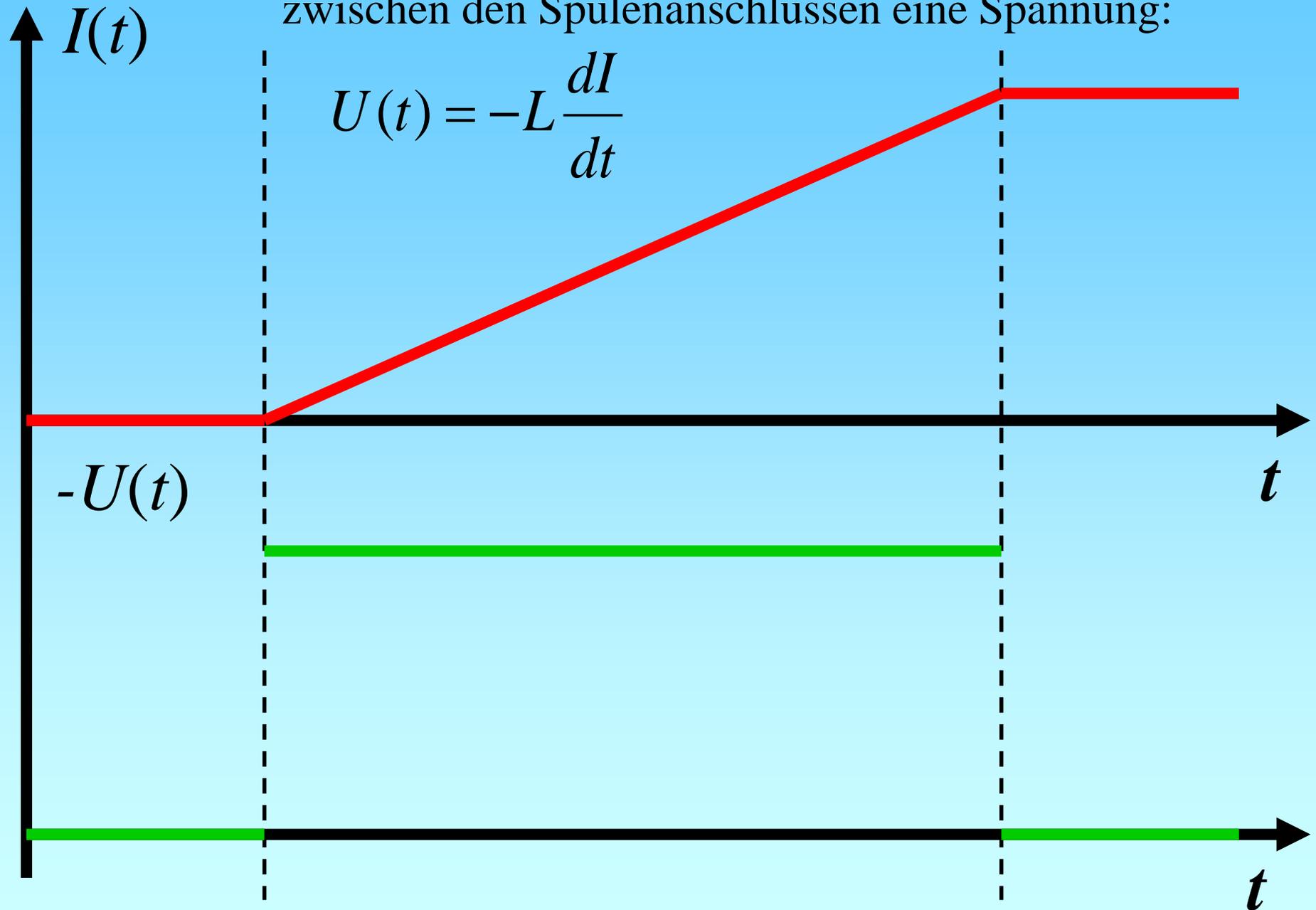
$$L = \frac{\mu_0 AN^2}{l} = 6.17 \cdot 10^{-5} \text{ H} = 61.7 \mu\text{H}$$

1 Henry ist also eine recht große Einheit.

Joseph Henry
(1766-1844)

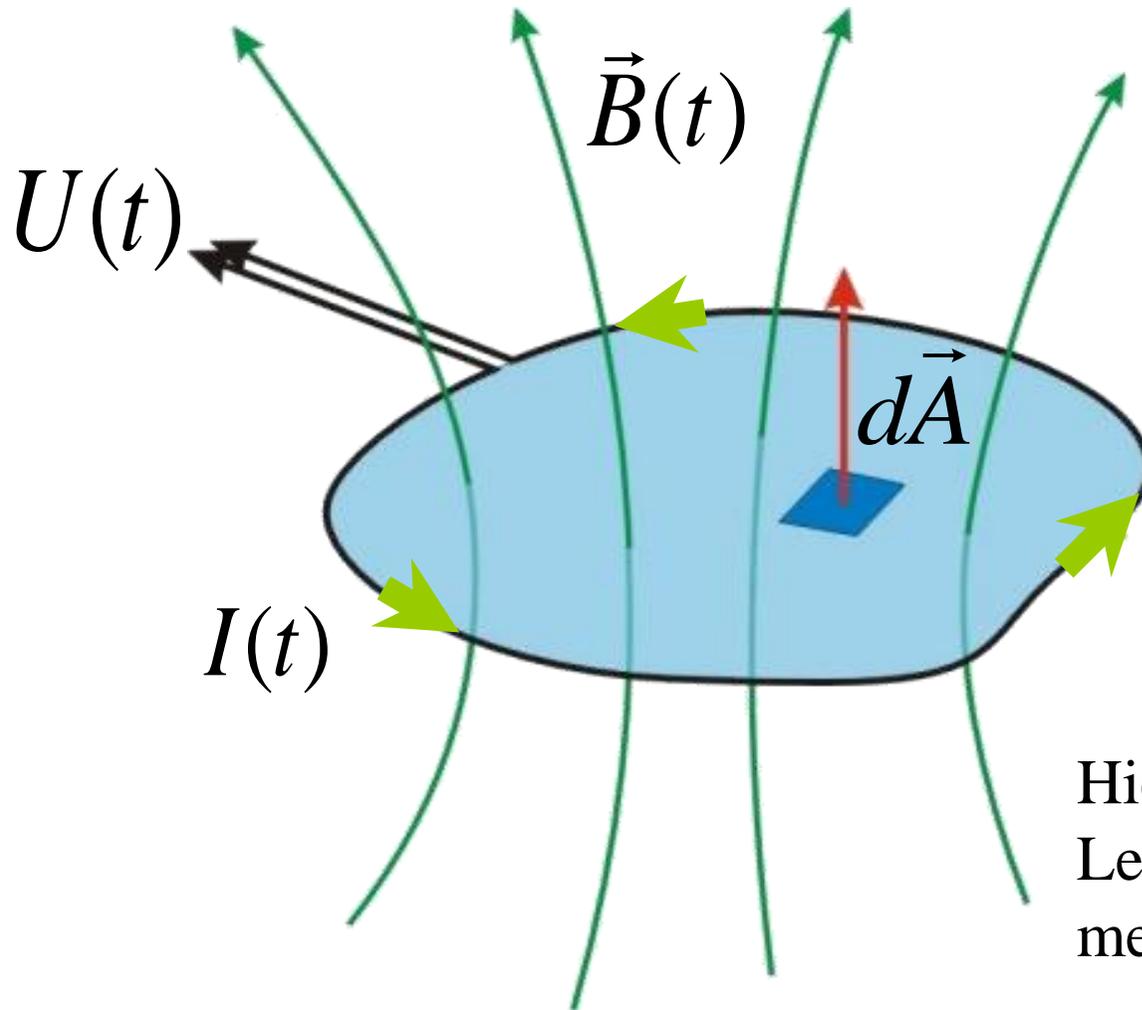


Ein zeitlich variabler Strom $I(t)$ durch die Spule bewirkt zwischen den Spulenanschlüssen eine Spannung:





Der Begriff der Selbstinduktion läßt sich auch auf eine beliebige Leiterschleife verallgemeinern.



Durch jeden Stromkreis greift ein Magnetfluß, der von seinem eigenen Magnetfeld herrührt. Da das Magnetfeld proportional zum Strom $I(t)$ ist gilt:

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{mag.}} &= \iint \vec{B}(t) \cdot d\vec{A} \\ &= LI(t)\end{aligned}$$

Hierbei ist L die Selbstinduktion der Leiterschleife, die nur von ihrer geometrischen Beschaffenheit abhängt.

Es ergibt sich also wieder:

$$U(t) = -L \frac{dI(t)}{dt}$$



Der RL-Kreis: Ein- und Ausschaltverhalten

Wir betrachten einen Stromkreis bestehend aus einer Gleichspannungsquelle U_0 , einem Widerstand R und einer Induktivität L .

(i) Einschaltverhalten:

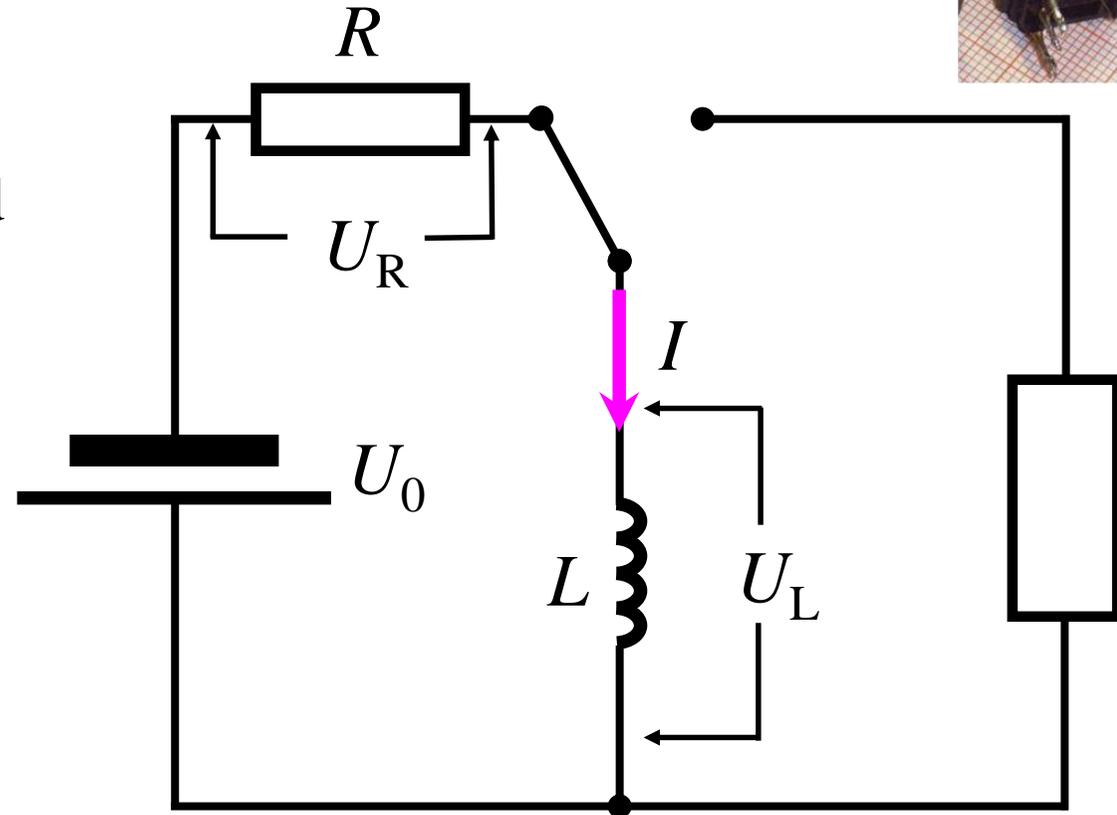
Die „Maschenregel“ liefert:

$$U_R = U_0 + U_L$$

$$U_R = RI \quad U_L = -L \frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow RI = U_0 - L \frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dI(t)}{dt} + \frac{R}{L} I(t) = \frac{U_0}{L}$$



Dies ist eine lineare, inhomogene DGL 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Als Anfangsbedingung soll speziell $I(0) = 0$ gewählt werden.



Die Lösung der homogenen Gleichung lautet:

$$I_h(t) = A \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

Eine partikuläre Lösung $I_p(t)$ ergibt sich leicht aus der Bedingung:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} I_p(t) = \frac{U_0}{R} = \text{const.}$$

Damit gilt für die Gesamtlösung:

$$I(t) = I_p(t) + I_h(t)$$

$$I(t) = \frac{U_0}{R} + A \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

Die Konstante A ist mit der Anfangsbedingung $I(t) = 0$ für $t = 0$ festgelegt:

$$I(0) = \frac{U_0}{R} + A = 0$$

$$\Rightarrow A = -\frac{U_0}{R}$$

Damit ergibt sich das gesuchte Einschaltverhalten des Stromes in einem Stromkreis mit einer Induktivität:

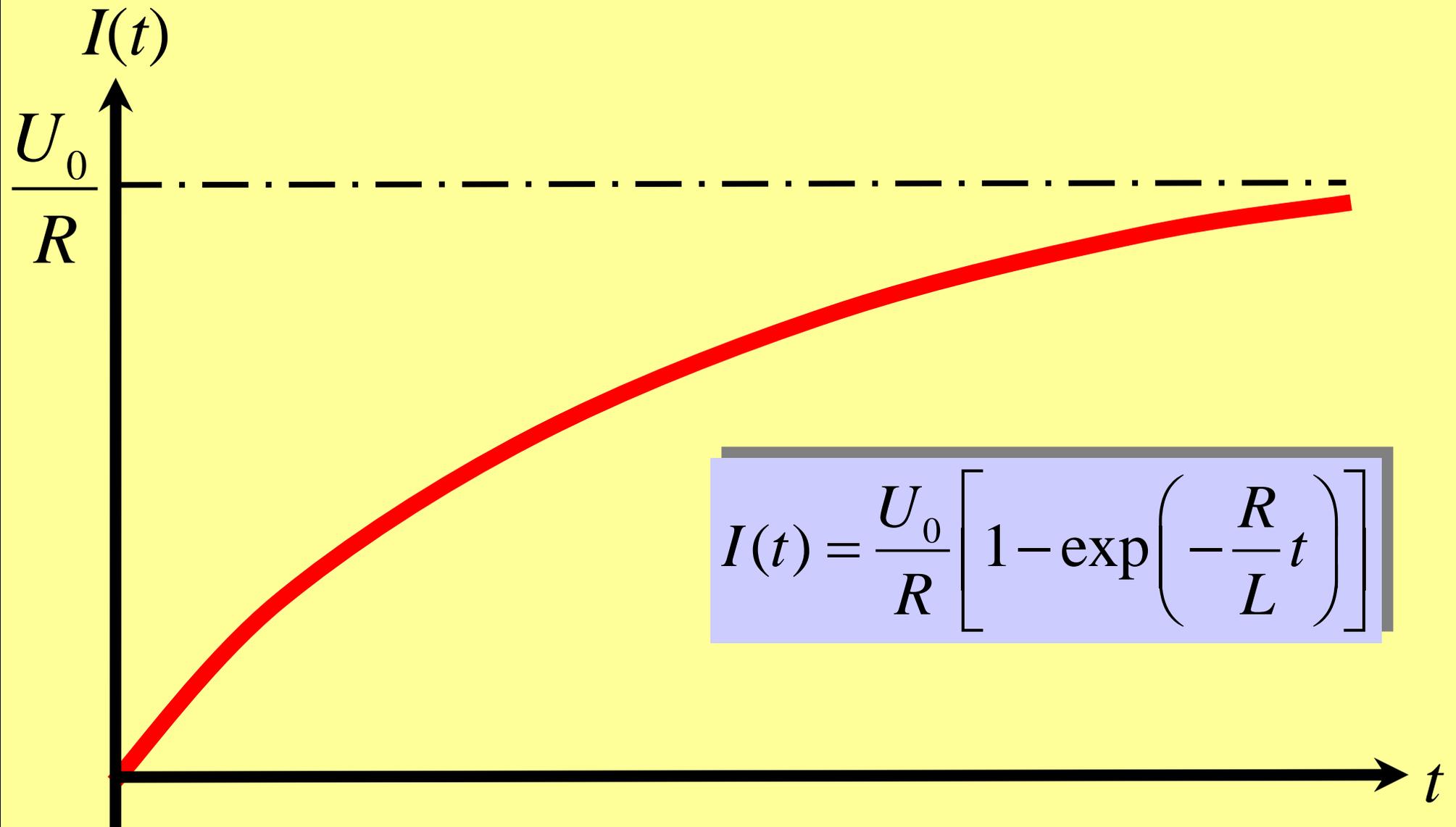
$$I(t) = \frac{U_0}{R} \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \right]$$

Der Strom baut sich erst nach einer Zeit $\tau = L/R$ auf.

Beispiel: $L = 1 \text{ mH}$ und $R = 1 \text{ k}\Omega$

$$\tau = \frac{10^{-3} \text{ H}}{1000 \Omega} = 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{A V/A}} = 1 \mu\text{s}$$

Einschaltkurve des Stromes bei einer Induktivität



(ii) Ausschaltverhalten:

Jetzt ergibt die „Maschenregel“:

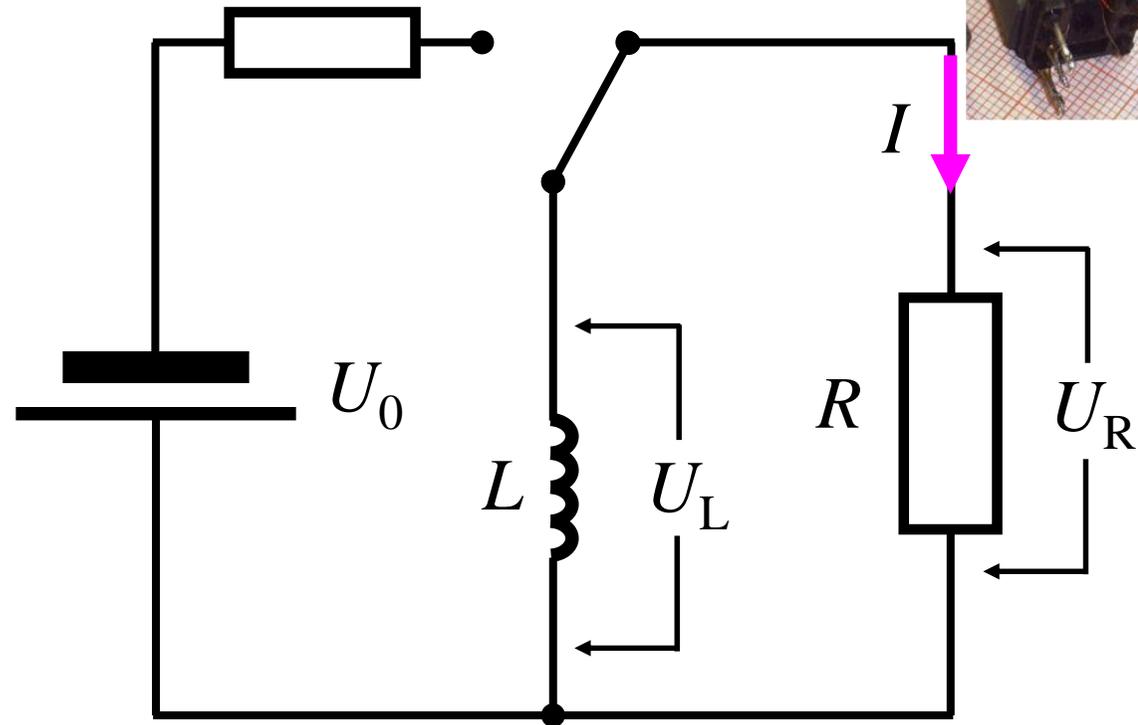
$$U_R = 0 + U_L$$

$$U_R = RI \quad U_L = -L \frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow RI = -L \frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dI(t)}{dt} + \frac{R}{L} I(t) = 0$$

Dies ist eine lineare, homogene DGL 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Als Anfangsbedingung soll jetzt speziell $I(0) = I_0$ gewählt werden.

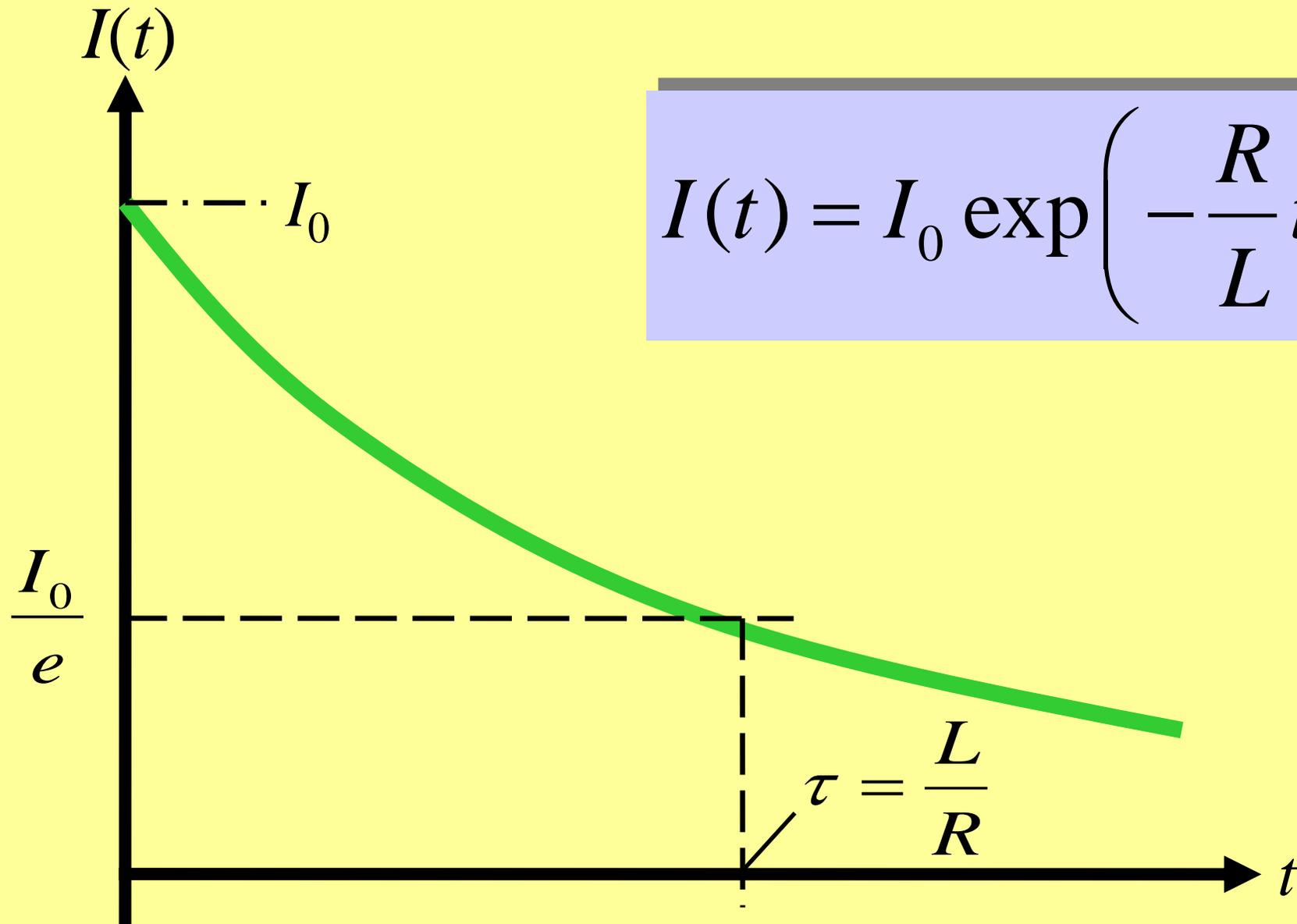


Als Lösung ergibt sich sofort:

$$I(t) = I_0 \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

Der Strom klingt mit der Zeitkonstanten $\tau = L/R$ ab.

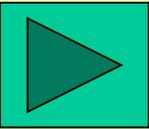
Ausschaltkurve des Stromes bei einer Induktivität



$$I(t) = I_0 \exp\left(-\frac{R}{L} t\right)$$



Zusammenfassung der Maxwell-Gleichungen



Integralform

↔ Differentialform

$$(1) \quad \oiint_O \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_{V(O)} \rho dV \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$(2) \quad \oiint_O \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

VORSICHT:
Hier fehlt
noch etwas!

$$(3) \quad \oint_{\partial A} \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$(4) \quad \oint_{\partial A} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A} \quad + ? \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad + ?$$

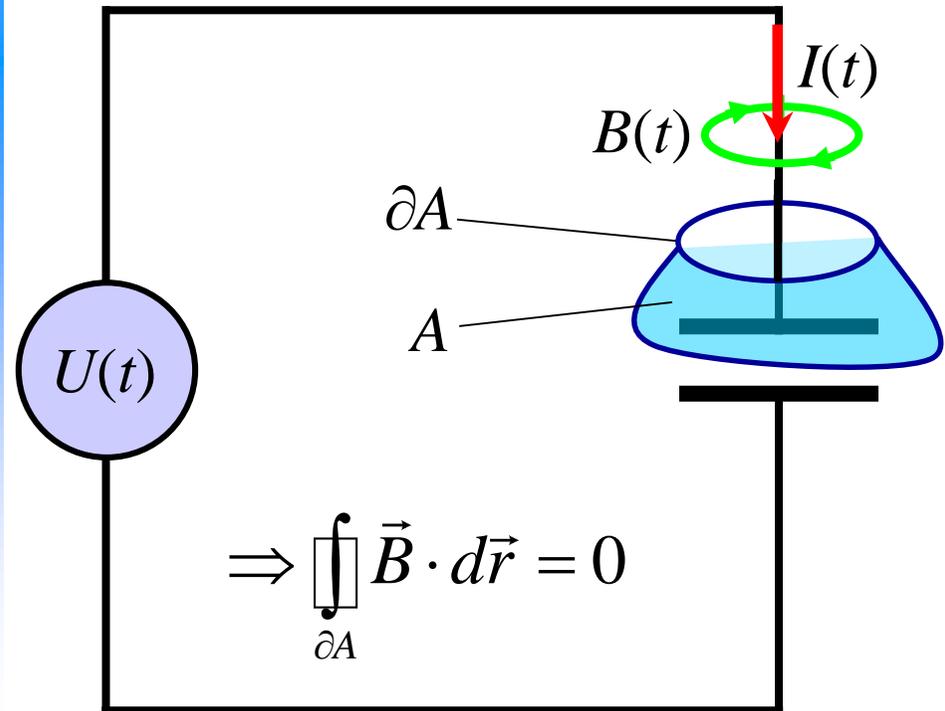
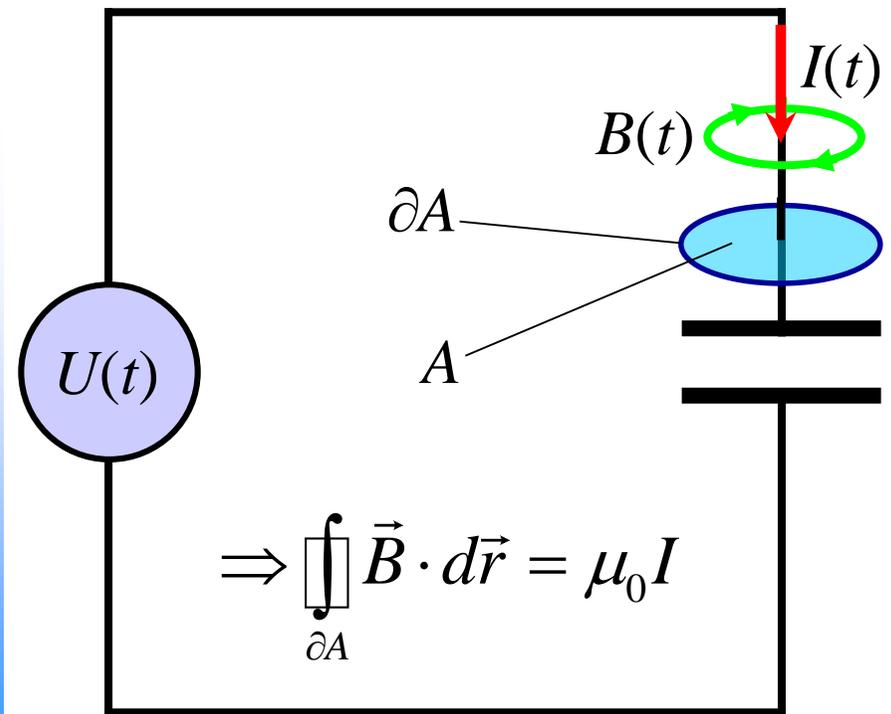
Der Verschiebungsstrom

Jetzt muß noch eine Korrektur vorgenommen werden, um Widersprüche bei unterbrochenen Strömen zu vermeiden. Wir hatten das Ampère'sche Gesetz in Abschnitt 4.4 kennengelernt:

$$\oint_{\partial A} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A} = \mu_0 I$$

Dabei bezeichnet ∂A die Randkurve der Fläche A , durch die der Strom I fließt. Es ist zu beachten, dass eine *beliebige* Fläche gewählt werden darf !

Es wird nun der folgende einfache Stromkreis betrachtet, bei dem ein Kondensator aufgeladen wird:

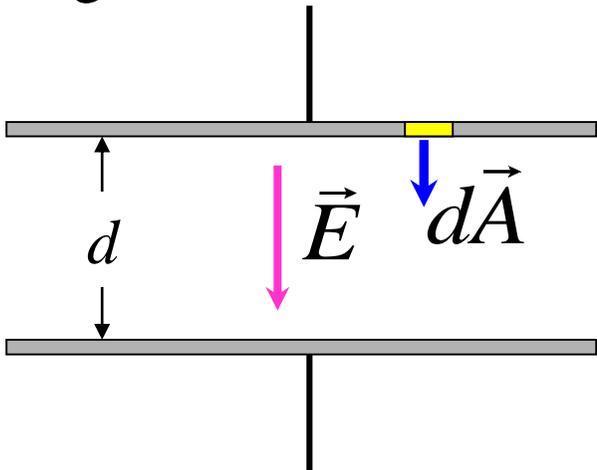




Es kommt zu Mehrdeutigkeiten des Ausdrucks

$$\oint_{\partial A} \vec{B} \cdot d\vec{r}$$

falls der Stromfluß unterbrochen ist. Um diese Mehrdeutigkeit zu beheben, muß der Begriff des Stromes so verallgemeinert werden, dass durch jede Fläche immer der gleiche Strom fließt. Damit dieser verallgemeinerte Strom bestimmt werden kann, muß der Kondensator genauer betrachtet werden:



Die Teilfläche dA der Kondensatorplatte hat die Kapazität:

$$dC = \varepsilon_0 \frac{dA}{d}$$

Die Ladung dq auf der Fläche dA ist dann:

$$dq = U dC = dC E d$$

Zusammengefaßt ergibt das:

$$dq = \varepsilon_0 \frac{dA}{d} E d = \varepsilon_0 E dA = \varepsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Die Gesamtladung auf der Platte ist somit:

$$q = \varepsilon_0 \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$



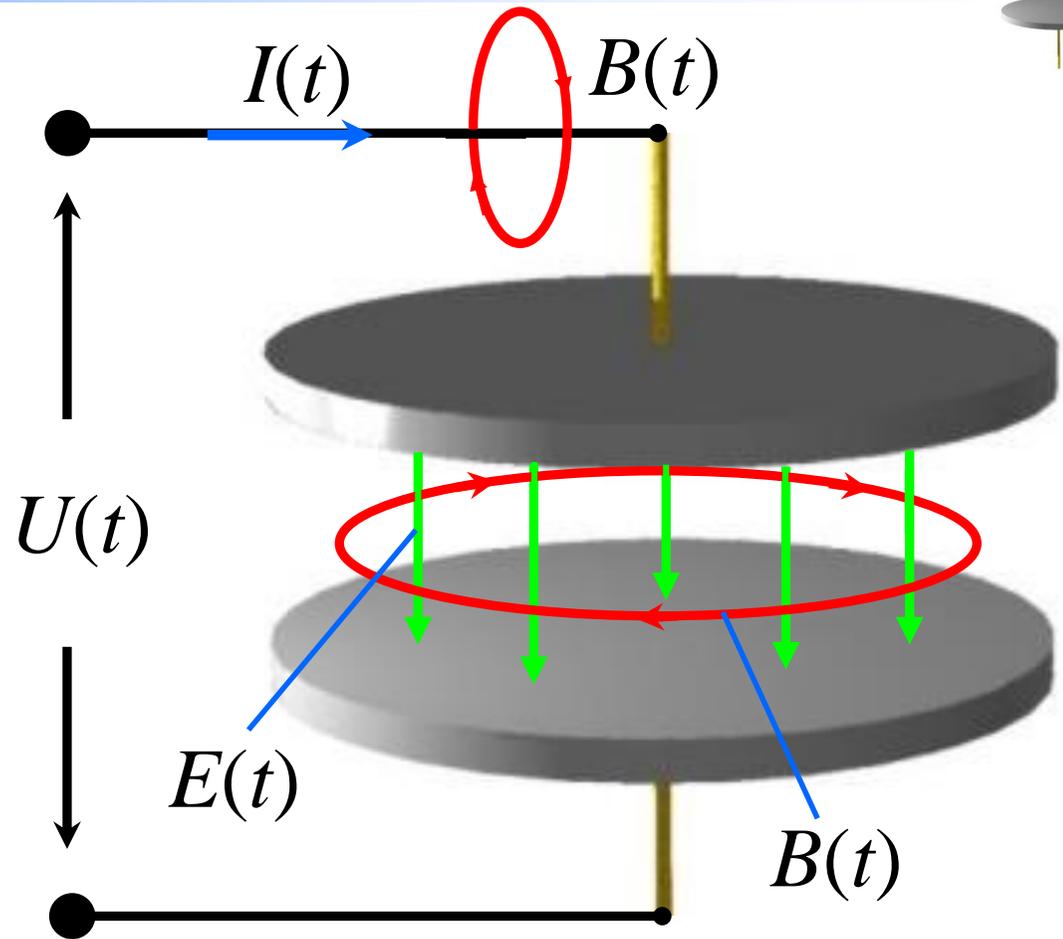
Ableiten nach der Zeit ergibt:

$$\frac{dq}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Auf der linken Seite steht eine Zeitableitung der Ladung, also ein Strom. Er wird durch die zeitliche Änderung des elektrischen Flusses durch die Fläche A verursacht. Dieser Strom ist der sogenannte „*Verschiebungsstrom*“ I_V :

$$I_V = \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Auch dieser Verschiebungsstrom erzeugt nach dem Ampère'schen Gesetz ein Magnetfeld, also:



$$\oint_{\partial A} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 (I + I_V)$$



Diese Überlegungen gelten ganz allgemein wie eine Betrachtung der 1. Maxwell-Gleichung zeigt:

$$\frac{q}{\varepsilon_0} = \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Die Ableitung beider Seiten nach der Zeit ergibt:

$$\frac{dq}{dt} = I_V = \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Die Interpretation dieser Gleichung ist, dass eine zeitliche Ableitung des elektrischen Flusses einem Stromfluß äquivalent ist. Dies gilt ganz allgemein für zeitlich veränderliche elektrische Felder.

Wenn nun das Ampère'sche Gesetz so interpretiert wird, dass auf der rechten Seite *alle* Ströme stehen sollen, dann ergibt sich zwangsläufig:

$$\begin{aligned} \oint_{\partial A} \vec{B} \cdot d\vec{r} &= \mu_0 I_{\text{ges}} = \mu_0 (I + I_V) \\ &= \mu_0 \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} \end{aligned}$$

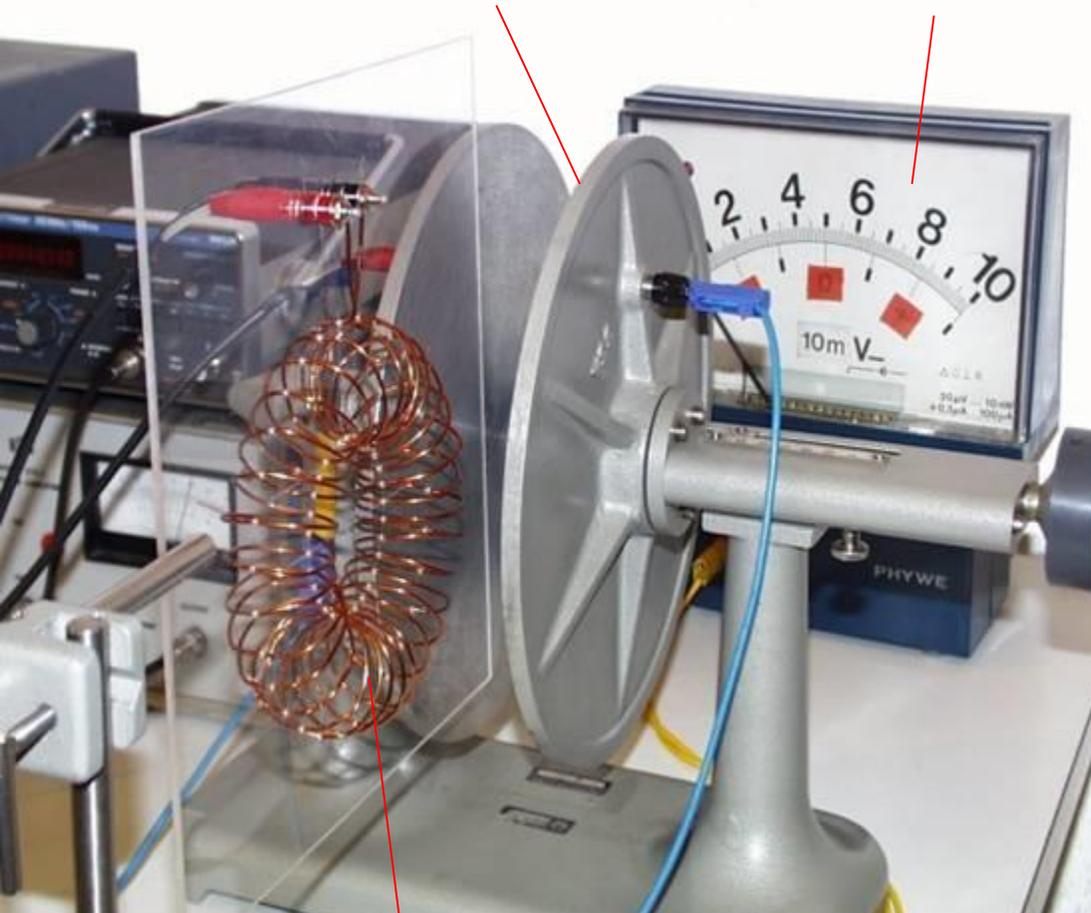
Es ist zu beachten, dass im Spezialfall $j = 0$, also insbesondere auch im Vakuum, trotzdem ein magnetisches Feld durch ein veränderliches elektrisches Feld erzeugt werden kann!



Versuch1: Magnetfeld eines Verschiebungsstromes

Kondensator

HF-Voltmeter



Toroidspule zur Vermessung
der kreisförmigen Magnetfelder

Der Kondensator wird durch hoch-
frequenten Wechselstrom geladen.

induzierte
Spannung



Meßanordnung



Die 4. Maxwell'sche Gleichung

Wir haben also die folgende Gleichung abgeleitet:

$$\oint_{\partial A} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Bemerkungen:

- Dies ist die vollständige **4. Maxwell'sche Gleichung** in integraler Form.
- Die obige Gleichung bedeutet anschaulich, dass (stationäre) Ströme oder zeitlich veränderliche elektrische Felder magnetische Felder hervorrufen.
- Es ist zu beachten, dass das Wegintegral in der obigen Gleichung entlang *jeder beliebig geformten geschlossenen* Kurve ∂A , die den Strom I und das elektrische Feld \vec{E} umschließt, berechnet werden darf.
- Man beachte die Analogie zur 3. Maxwell'schen-Gleichung.



Es soll nun wieder diese Gleichung in die differentielle Form überführt werden. Die linke Seite der 4. Maxwell'schen Gleichung läßt sich mit dem Satz von Stokes umformen zu

$$\oint_{\partial A} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \iint_A (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{A}$$

wobei die Randkurve der Fläche A , den Integrationsweg auf der linken Seite darstellt. Einsetzen ergibt:

$$\iint_A (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{A} = \mu_0 \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Da dies für *jede Fläche* A gelten soll, müssen die Integranden bereits die Gleichung erfüllen, also:

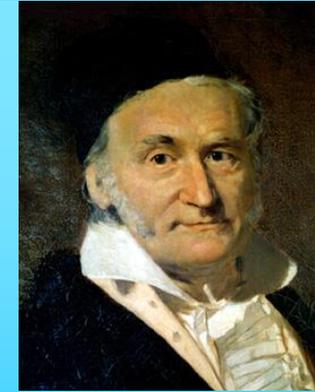
$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Dies ist die 4. Maxwell'sche Gleichung in differentieller Form.

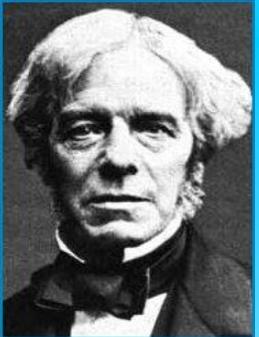


4.7.4 Zusammenfassende Darstellung aller Maxwell-Gleichungen

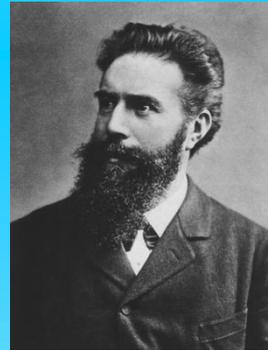
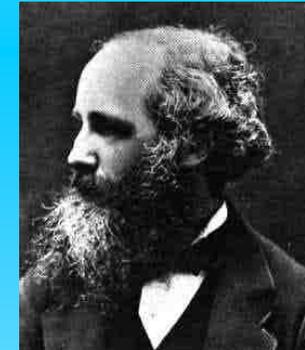
$$(1) \quad \oiint_O \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_{V(O)} \rho dV$$



$$(2) \quad \oiint_O \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$



$$\oint_{\partial A} \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

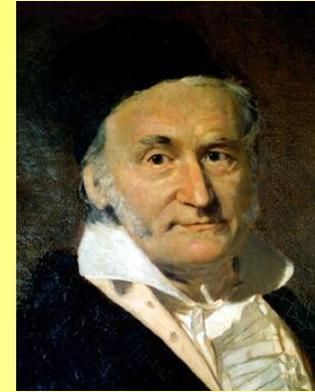


$$\oint_{\partial A} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$



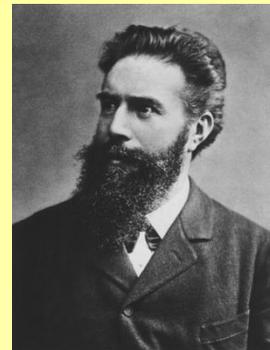
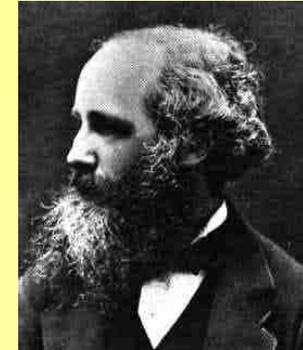
Differenzielle Form der Maxwell-Gleichungen

$$(1) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

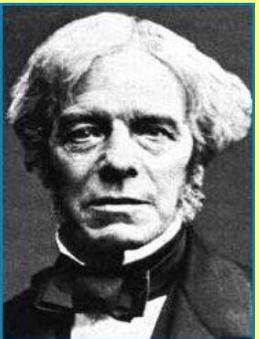


$$(2) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$(3) \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$



$$(4) \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

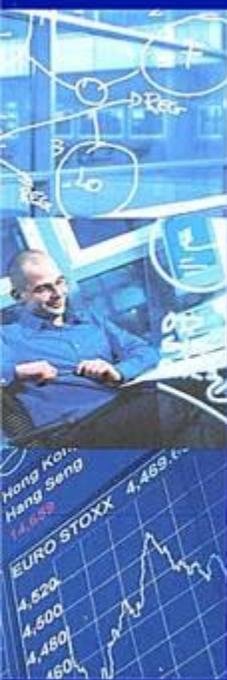


Go exchange! Börse inside. |

$$\nabla \vec{E} = 4\pi\rho$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \partial_t \vec{B}$$

Deutsche
Börse



Die Börse: E
Wir zeigen Ih
Exkursion zur
unsere Exper

$$\nabla \vec{B} = 0^*$$

*wenn Sie das hier kennen, könnten Sie für uns interessant sein

got Maxwell?

For information on how to receive a FREE
Maxwell's Equations T-shirt, see page 6 or visit
OceanOptics.com/Genesis1.3.asp



The image shows a large, white, pyramid-shaped monument on a sandy beach. The monument is inscribed with the four Maxwell's equations in a stylized, handwritten font. The background features a blue ocean with white waves crashing onto the shore under a clear blue sky.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho_{\text{ext}} \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\dot{\mathbf{B}} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \dot{\mathbf{D}} + \mathbf{j} \end{aligned}$$

727.733.2447
OceanOptics.com