

Inhalt der Vorlesung B1

4. Elektrizitätslehre, Elektrodynamik

Einleitung

Ladungen & Elektrostatische Felder

Elektrischer Strom

Magnetostatik

Zeitlich veränderliche Felder - Elektrodynamik

Wechselstromnetzwerke

Die Maxwell'schen Gleichungen

Elektromagnetische Wellen & Strahlung

Relativität der Felder

5. Optik

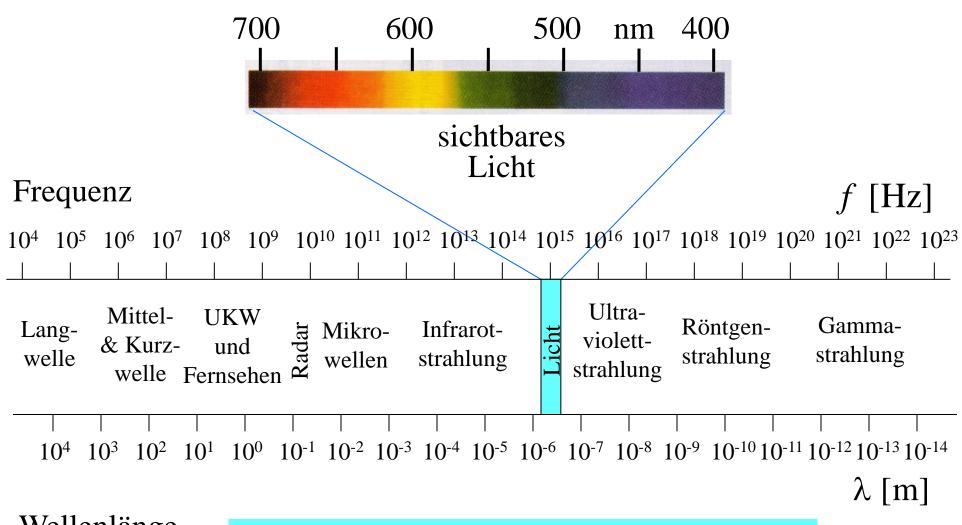
Licht als elektromagnetische Welle

Geometrische Optik

Optische Abbildungen

Wellenoptik





Wellenlänge

$$\lambda = \frac{c}{f}$$
 mit $c = 2.997925 \cdot 10^8 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$



Lichtquellen

(a) Quellen mit einem diskreten Spektrum:

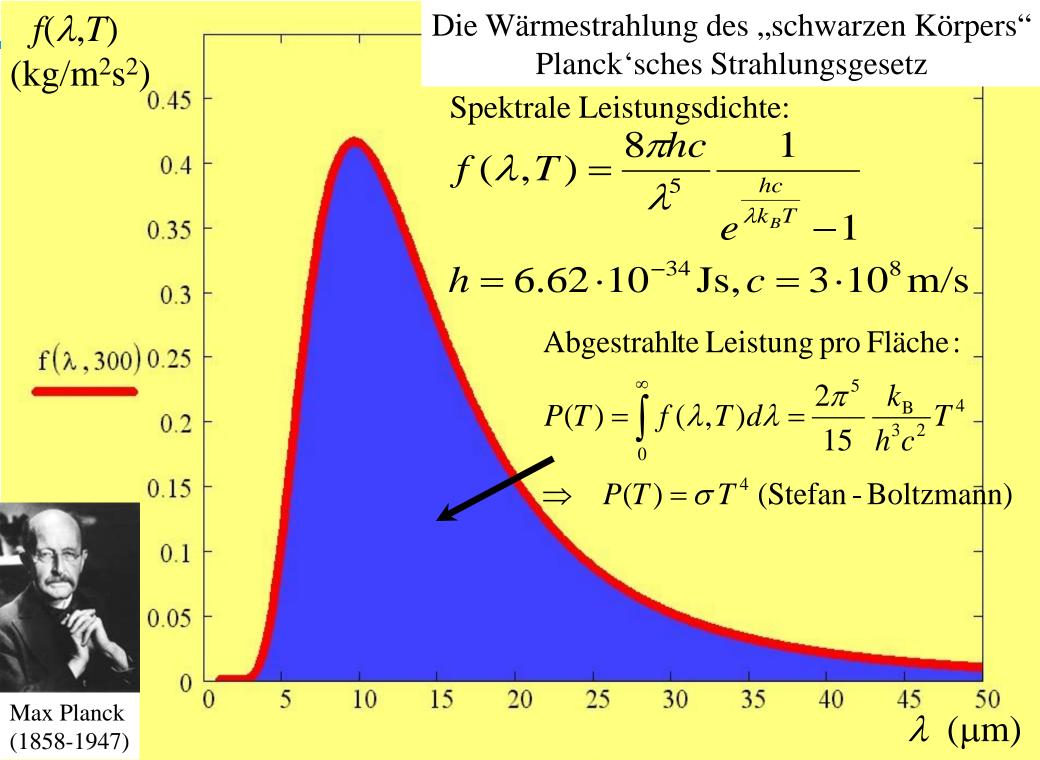
Bei atomaren Prozessen wird häufig Licht mit einem diskreten Spektrum emittiert.

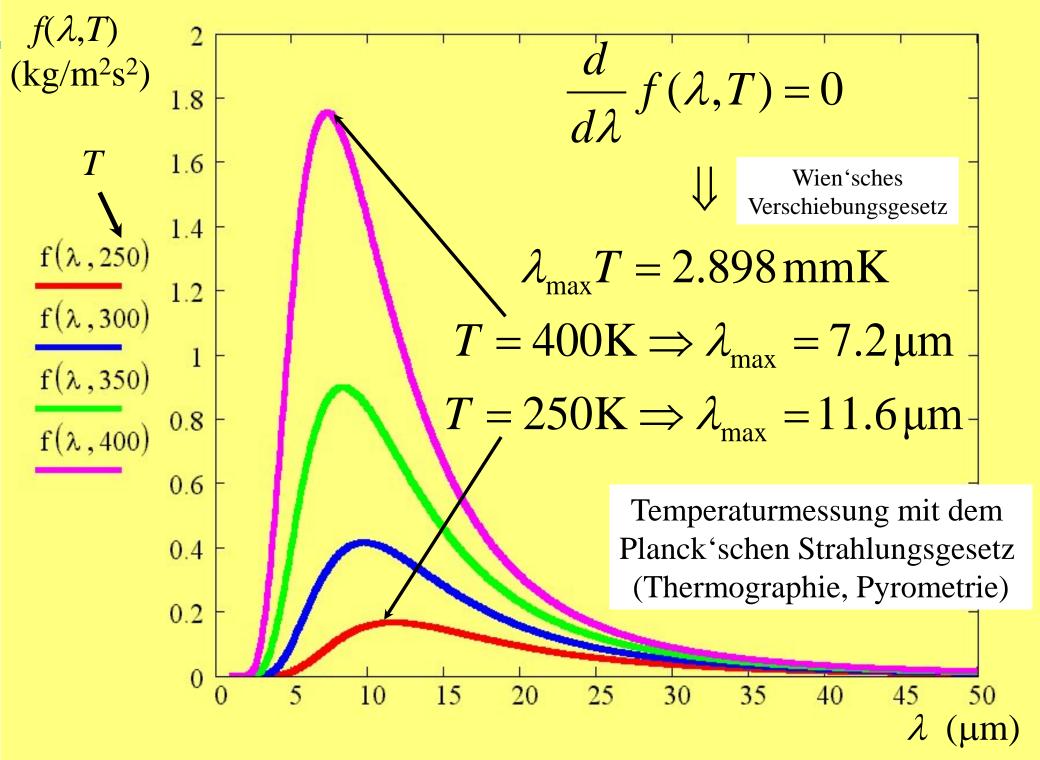
Beispiel: Bariumspektrum



Auch bei einem LASER wird nur Licht einer ganz bestimmten Frequenz abgestrahlt.

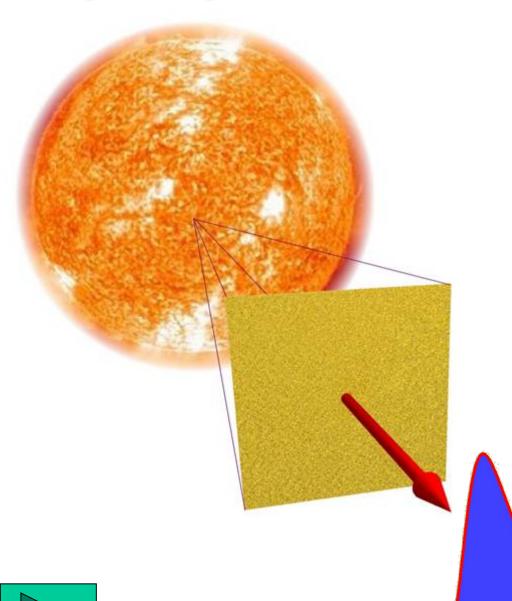
- (b) Quellen mit einem kontinuierlichem Spektrum:
- ⇒ thermische Quellen







Beispiel: Temperatur auf der Sonne



Angenommen die Sonne ist ein "schwarzer Strahler". Dann ist das Strahlungsmaximum offensichtlich bei $\lambda_{\text{max}} \approx 500 \text{ nm}$ (entspricht der Wellenlänge von gelbem Licht).

⇒ Das Wien'sche Verschiebungsgesetz liefert dann für die Temperatur der Sonne den Wert:

$$\lambda_{\text{max}}T = 2.898 \,\text{mmK}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2.898 \,\mathrm{mmK}}{\lambda_{\mathrm{max}}}$$

$$= \frac{2.898 \,\mathrm{mmK}}{500 \,\mathrm{nm}} = 5800 \,\mathrm{K}$$



Inhalt der Vorlesung B1

4. Elektrizitätslehre, Elektrodynamik

Einleitung

Ladungen & Elektrostatische Felder

Elektrischer Strom

Magnetostatik

Zeitlich veränderliche Felder - Elektrodynamik

Wechselstromnetzwerke

Die Maxwell'schen Gleichungen

Elektromagnetische Wellen & Strahlung

Relativität der Felder

5. Optik

Licht als elektromagnetische Welle

Geometrische Optik

Optische Abbildungen

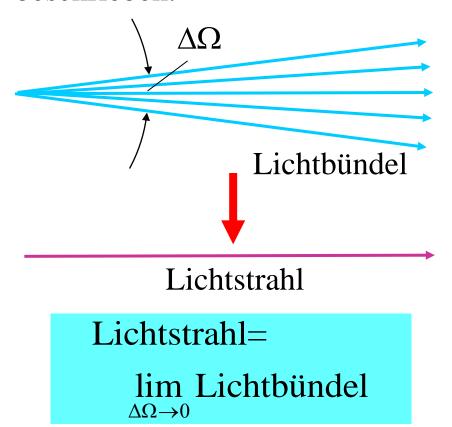
Wellenoptik

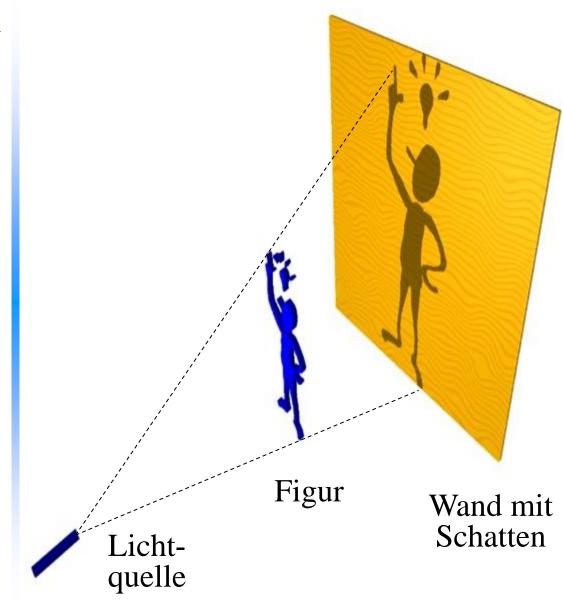


Geometrische Optik

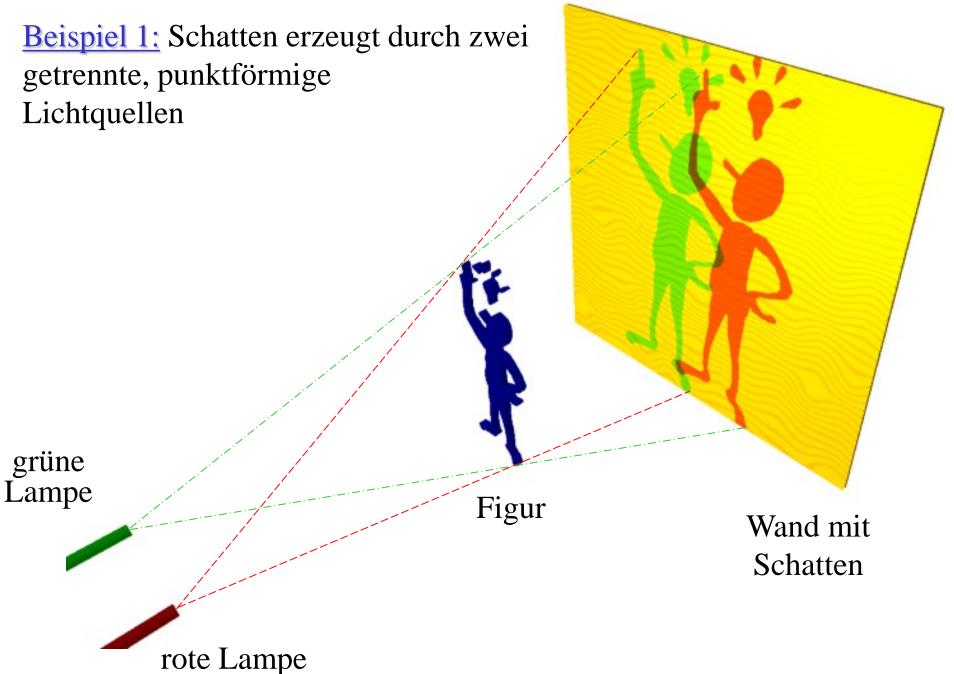
Die Ausbreitung des Lichtes: Huygens'sches Prinzip

In der Strahlen- oder geometrischen Optik wird die Lichtausbreitung in guter Näherung durch Lichtstrahlen beschrieben.

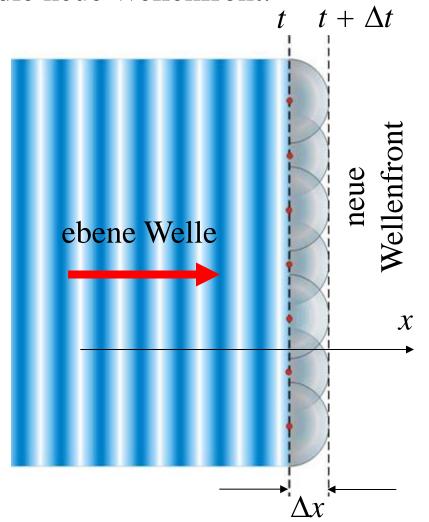


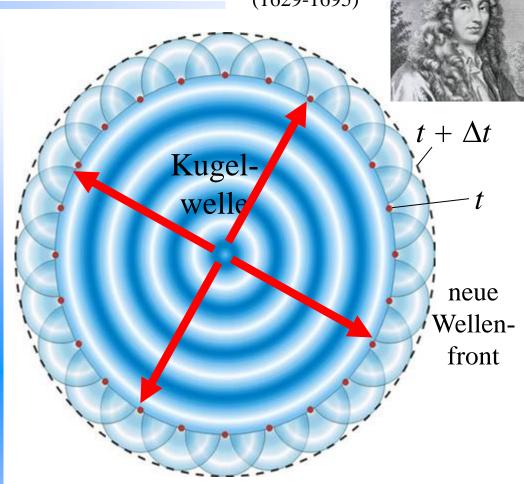






Von jedem Punkt einer Wellenfront wird zur Zeit t eine Kugelwelle ausgesendet. Die Überlagerung aller Wellenfronten zur Zeit $t + \Delta t$ ergibt die neue Wellenfront.





Dies ist das *Huygens'sche Prinzip*.

Mit dem Huygens'schen Prinzip
können bereits viele Phänomene der
Optik erklärt werden. Die Lichtstrahlen
stehen dabei immer senkrecht auf den
Wellenfronten.

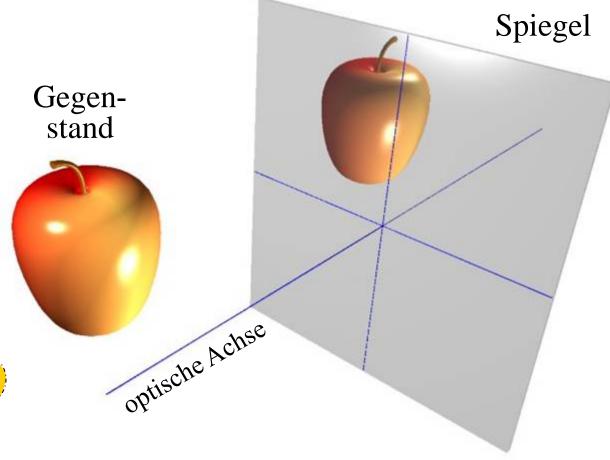


Beispiel 2: Reflexion am Spiegel

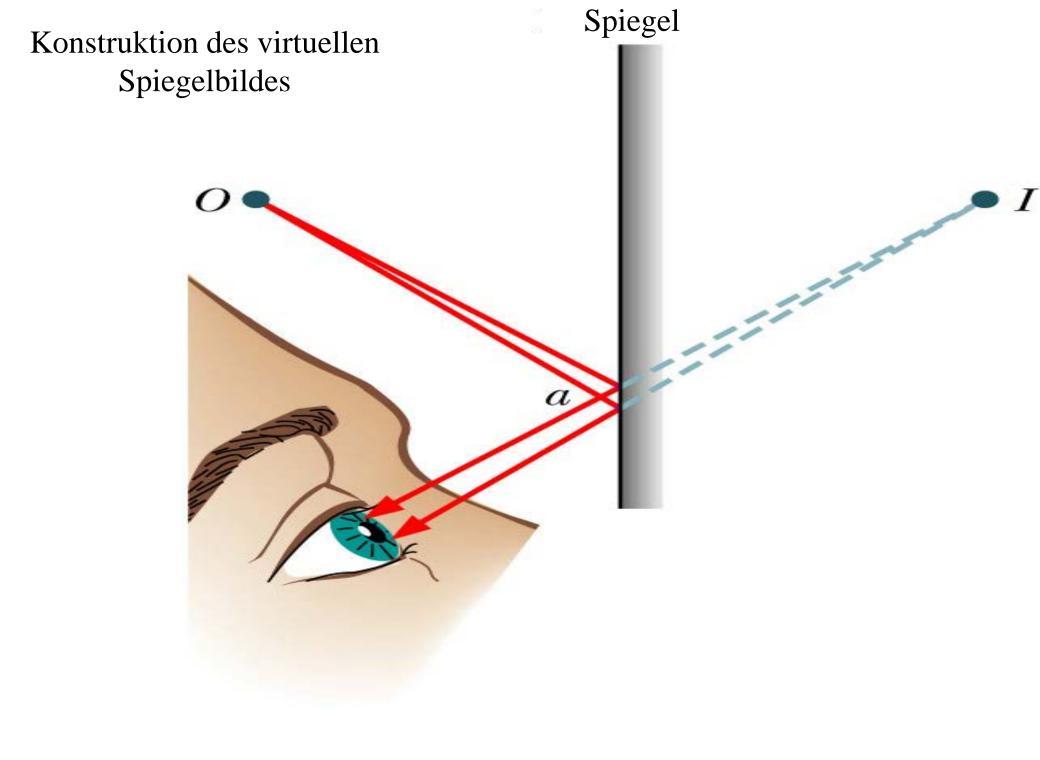


Lichtstrahlen werden an Oberflächen reflektiert. Dabei sind Einfalls- und Ausfallswinkel gleich.

Gegenstand Spiegel $\alpha \qquad \alpha$ optische Achse



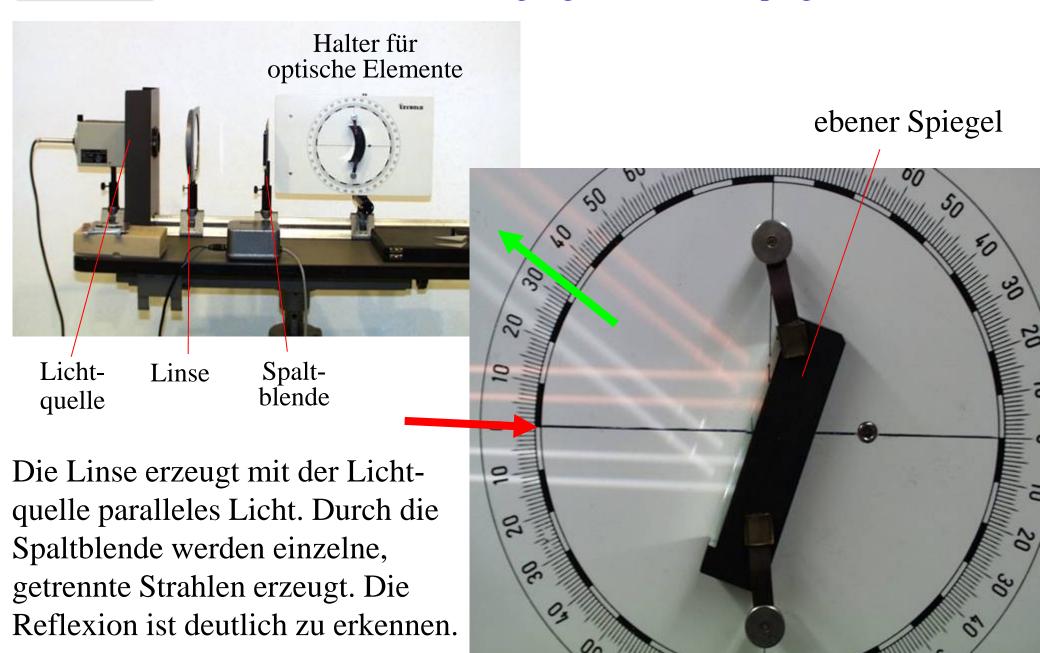
Der Lichtstrahl scheint für den Betrachter aus dem Spiegel zu kommen.



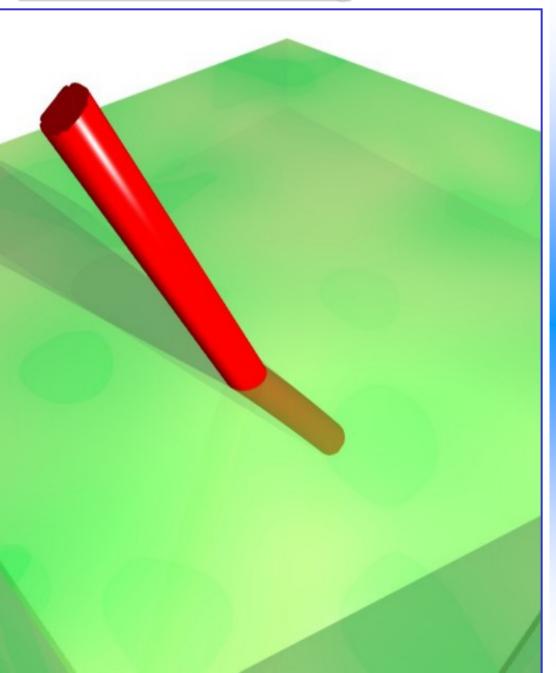
Spiegel Man sieht ein virtuelles aufrechtes Spiegelbild des Gegenstandes.



Versuch 1: Demonstration des Strahlengangs am ebenen Spiegel



Reflexion und Brechung

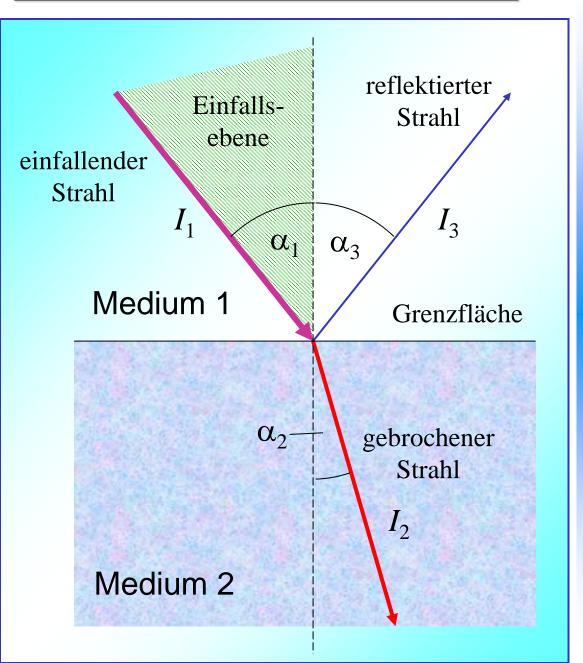


Hält man einen geraden Stab unter einem Winkel schräg ins Wasser, dann erscheint der Stab im Bereich der Wasseroberfläche abgeknickt.

Diese "optische Täuschung" kommt daher, daß Lichtstrahlen beim Übergang von einem Medium in ein anderes (hier von Luft in Wasser) ihre Richtung ändern.

Das Phänomen wird als "Brechung des Lichtes" bezeichnet.

Verhalten an einer ebenen Grenzfläche:



(i) Reflexionsgesetz

Bei Reflexion sind der Einfallsund der Ausfallswinkel gleich groß, also: $\alpha_1 = \alpha_3$

$$\alpha_1 = \alpha_3$$

Außerdem liegt der reflektierte Strahl auch in der Einfallsebene.

(ii) Snellius-Brechungsgesetz

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Ist das Medium 1 das Vakuum mit $n_1 = 1$, dann folgt:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{1} = n_2$$



Eine Konsequenz des Brechungsgesetzes ist die "*Totalreflexion*" beim Übergang vom optisch dichteren ins optisch dünnere Medium, d.h. für $n_2 > n_1$.

Dabei wird der Strahl so gebrochen, daß er das Medium nicht mehr verlassen kann. Im Grenzfall ist:

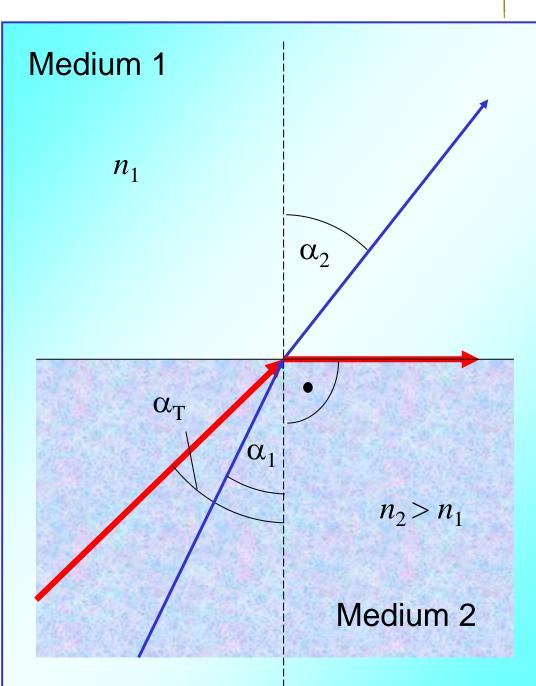
$$n_2 \sin \alpha_T = n_1 \sin \left(\pi/2 \right) = n_1$$

$$\Rightarrow \sin \alpha_T = \frac{n_1}{n_2}$$
 $n_2 > n_1$

Beispiel 1: Übergang Glas/Luft

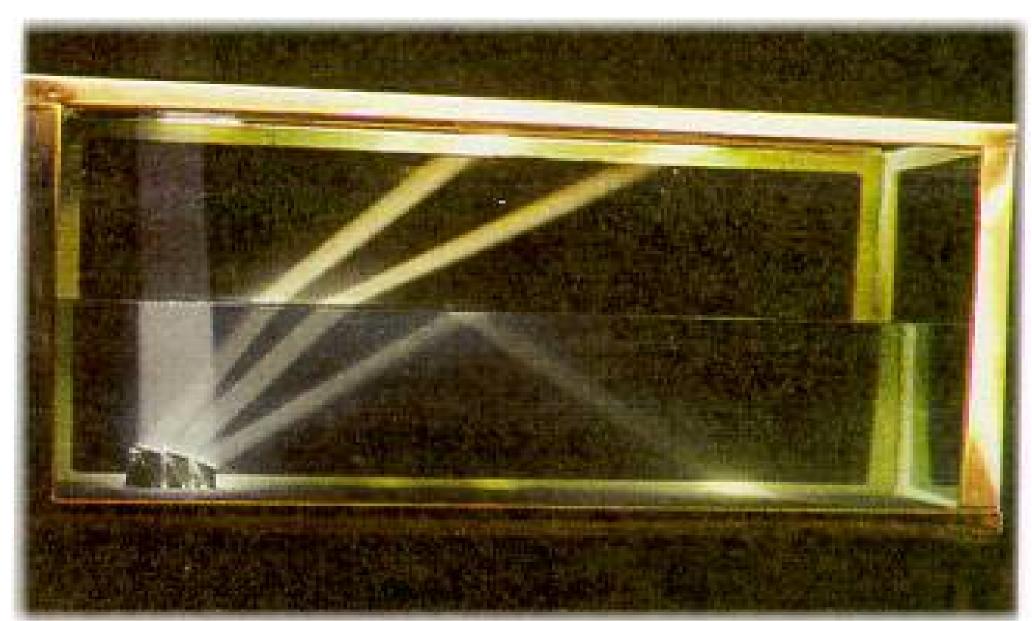
$$\sin \alpha_T = \frac{n_{\text{Luft}}}{n_{\text{Glas}}} \approx \frac{1}{1.5} = \frac{2}{3}$$

 $\Rightarrow \alpha_T \approx 41.8^{\circ}$ Für Winkel größer als dieser Grenzwinkel der Totalreflexion kann das Licht nicht in das Medium 1 eindringen.



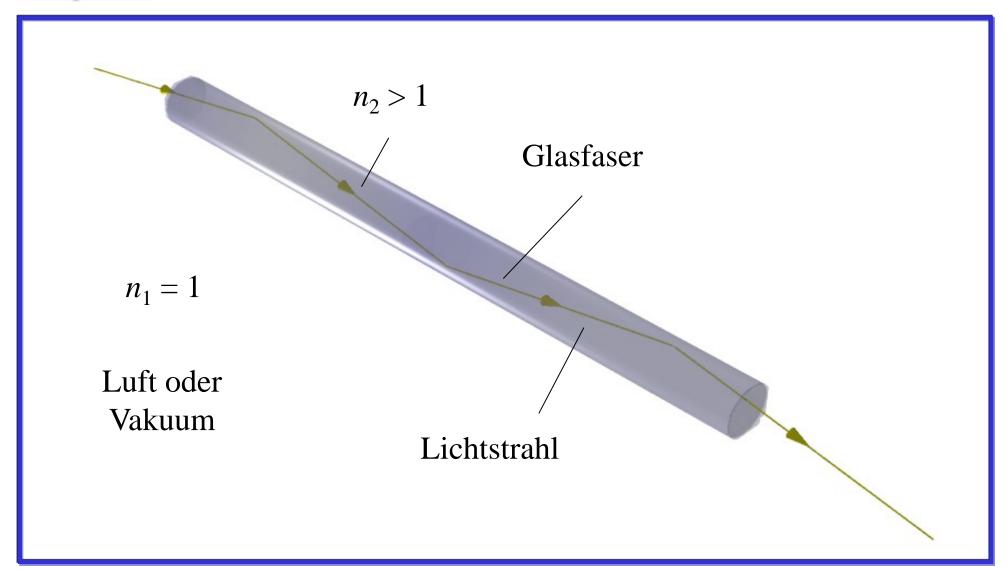


Versuch 2: Übergang Wasser/Luft





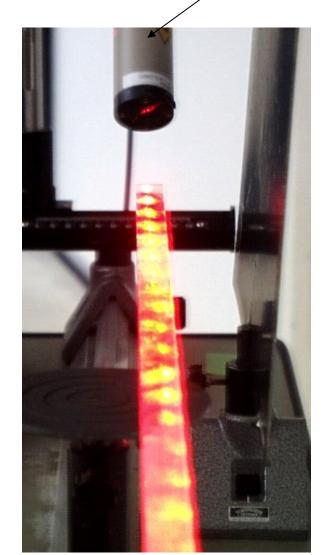
Beispiel 2: Das Prinzip der Totalreflexion bei Glasfaserkabeln.

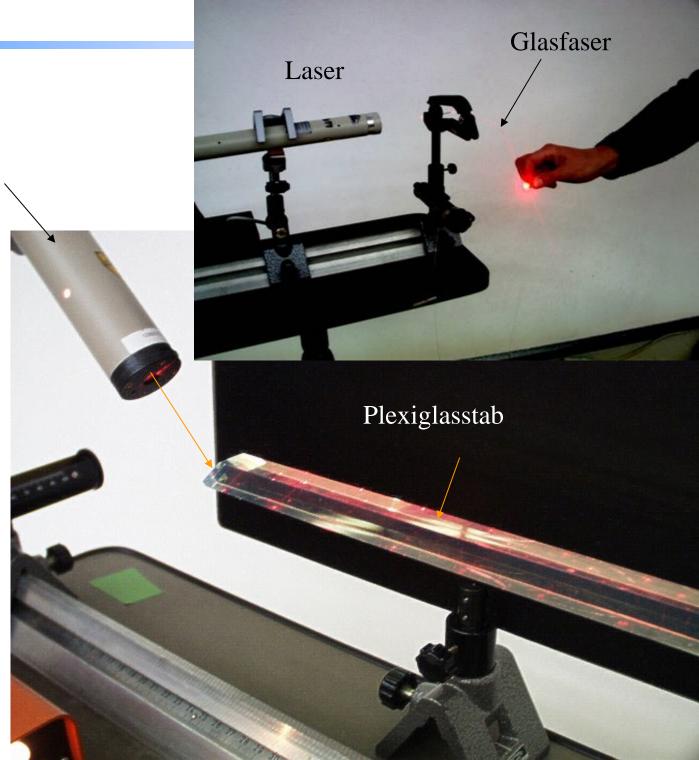


Unter dem flachen Winkel kann der Lichtstrahl das optisch dichtere Medium (n > 1) nicht verlassen und wird fast verlustfrei reflektiert.

Versuch 3: Lichtleiter

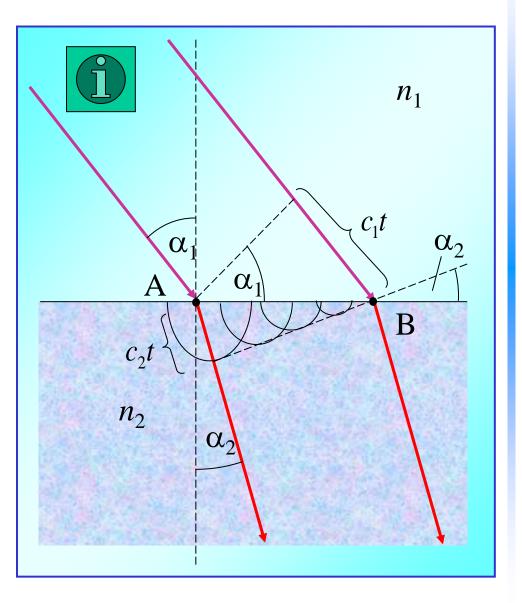
Laser







Beweis des Brechungsgesetzes mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips:



In verschiedenen Medien haben Lichtwellen unterschiedliche Geschwindigkeiten. Die Strecken sind:

$$c_1 t = \overline{AB} \sin \alpha_1 \implies \frac{c_1}{c_2 t} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$$

$$c_2 t = \overline{AB} \sin \alpha_2 \implies c_2 = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$$

Ersetzen der Geschwindigkeiten durch die Brechungsindizes ergibt:

$$\Rightarrow \frac{c_1}{c_2} = \frac{c_0/n_1}{c_0/n_2} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Damit folgt

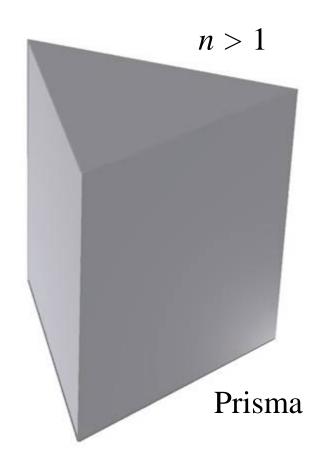
$$n \sin \alpha = \text{const.}$$

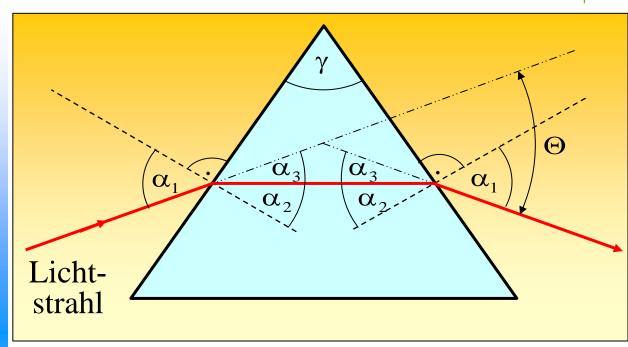
oder auch:

$$n_1c_1 = n_2c_2 \implies nc = \text{const.}$$



Eine weitere Anwendung des Brechungsgesetzes findet man beim Prisma.





Aus der Skizze ergeben sich bei einem symmetrischen Strahlengang folgende Winkelbeziehungen:

$$2\alpha_{2} = \gamma , \qquad \alpha_{3} = \alpha_{1} - \alpha_{2}$$

$$\Theta = 2\alpha_{3} = 2(\alpha_{1} - \alpha_{2})$$

$$\Rightarrow \quad \Theta + 2\alpha_{2} = 2\alpha_{1}$$

$$\Rightarrow \quad \Theta + \gamma = 2\alpha_{1}$$

Wenn die Umgebung Luft ist, d.h. n = 1, und das Prismenmaterial den Brechungsindex n_P hat, dann folgt nach dem Brechungsgesetz

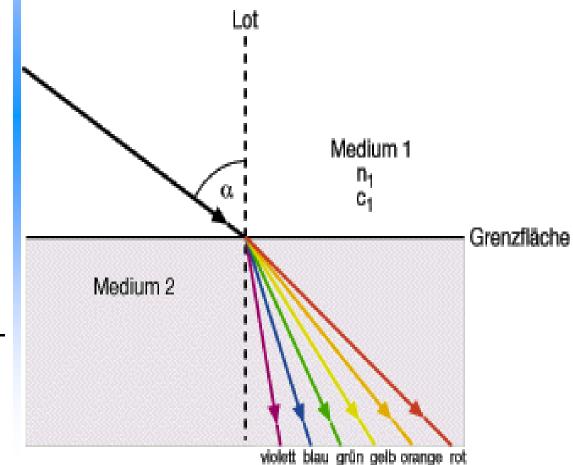
$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n_P = \frac{\sin \left(\frac{1}{2}(\Theta + \gamma)\right)}{\sin \frac{\gamma}{2}}$$

bzw.:

$$\sin\left(\frac{\Theta + \gamma}{2}\right) = n_{\rm P} \sin\frac{\gamma}{2}$$

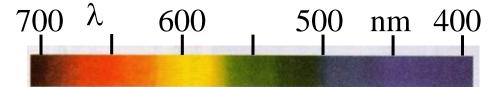
Damit ist der Zusammenhang des Ablenkwinkels Θ und des Prismenwinkels γ für einen besimmten Brechungsindex $n_{\rm P}$ gegeben.

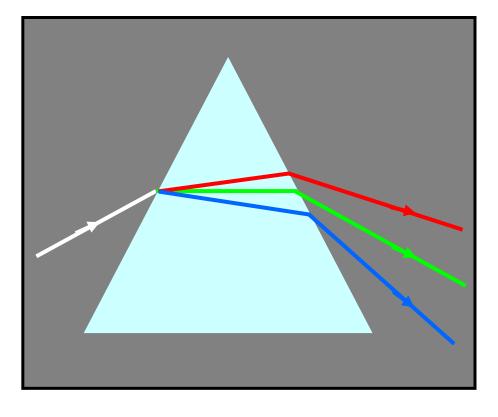
Mit zunehmender Wellenlänge der Strahlung nimmt n ab, d.h. der gesamte Ablenkwinkel des Lichtstrahls Θ nimmt ebenfalls ab. Rotes Licht wird also weniger stark abgelenkt als blaues. Das Prisma wirkt als "Spektrometer".



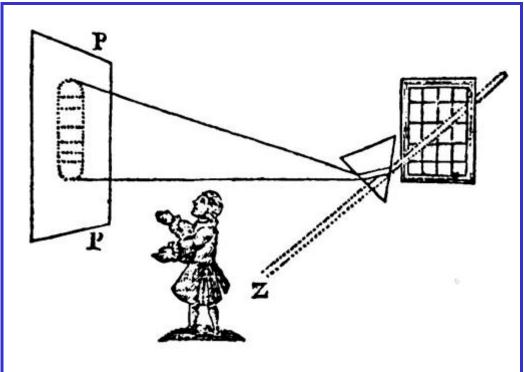


Farbspektrum des sichtbaren Lichts

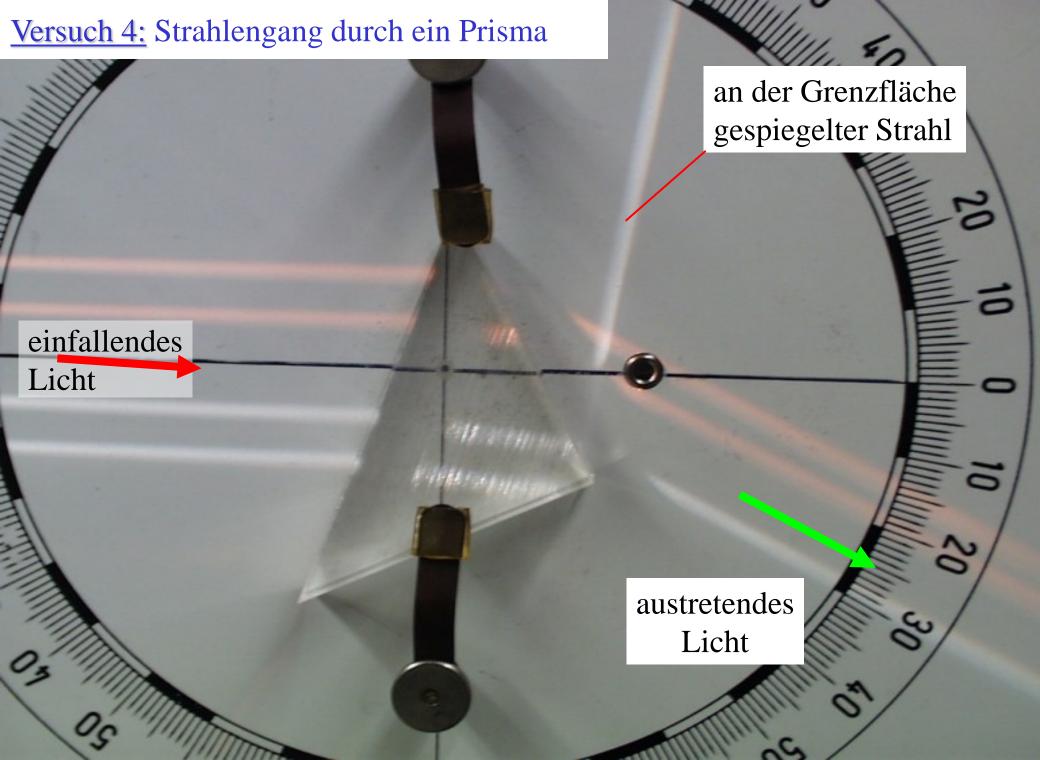




Zerlegung des weißen Lichtes durch ein Prisma in seine Farben.



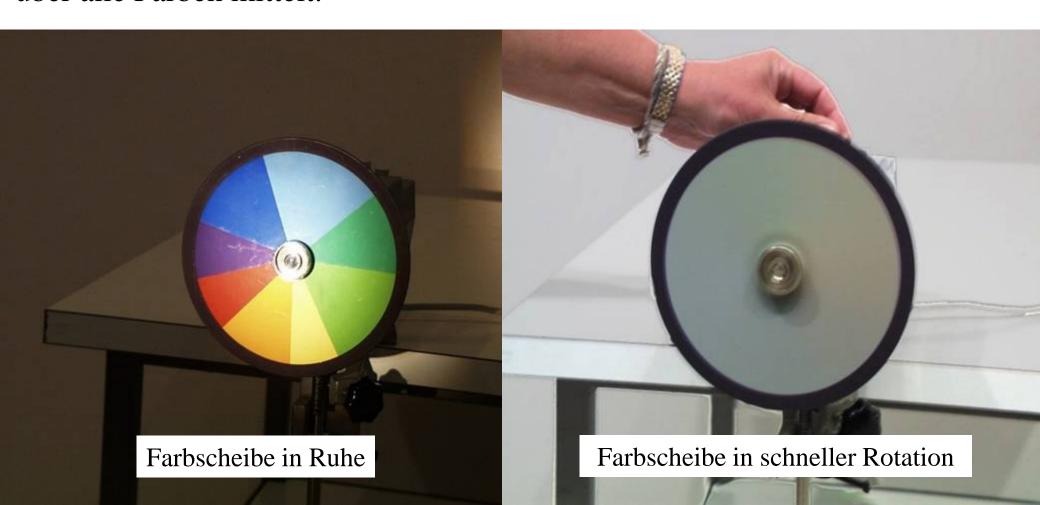
Schon Newton entdeckte 1670, dass sich weißes Licht durch ein Prisma in ein Spektrum verschiedener Farben zerlegen läßt ("Regenbogenfarben").



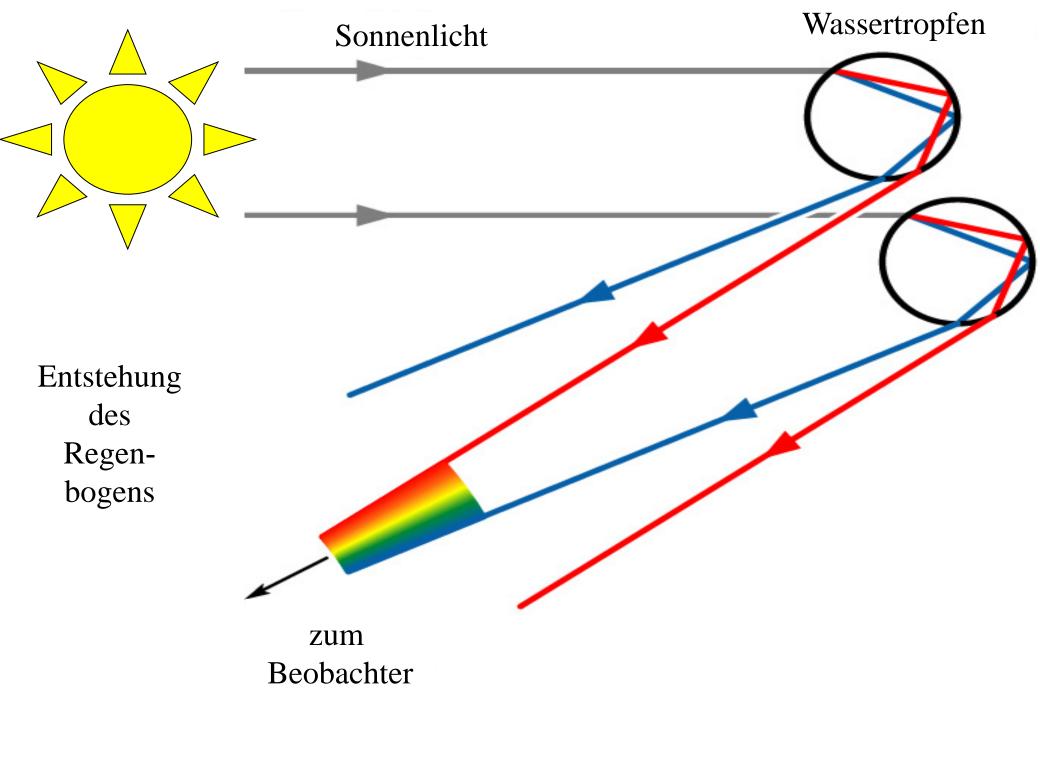


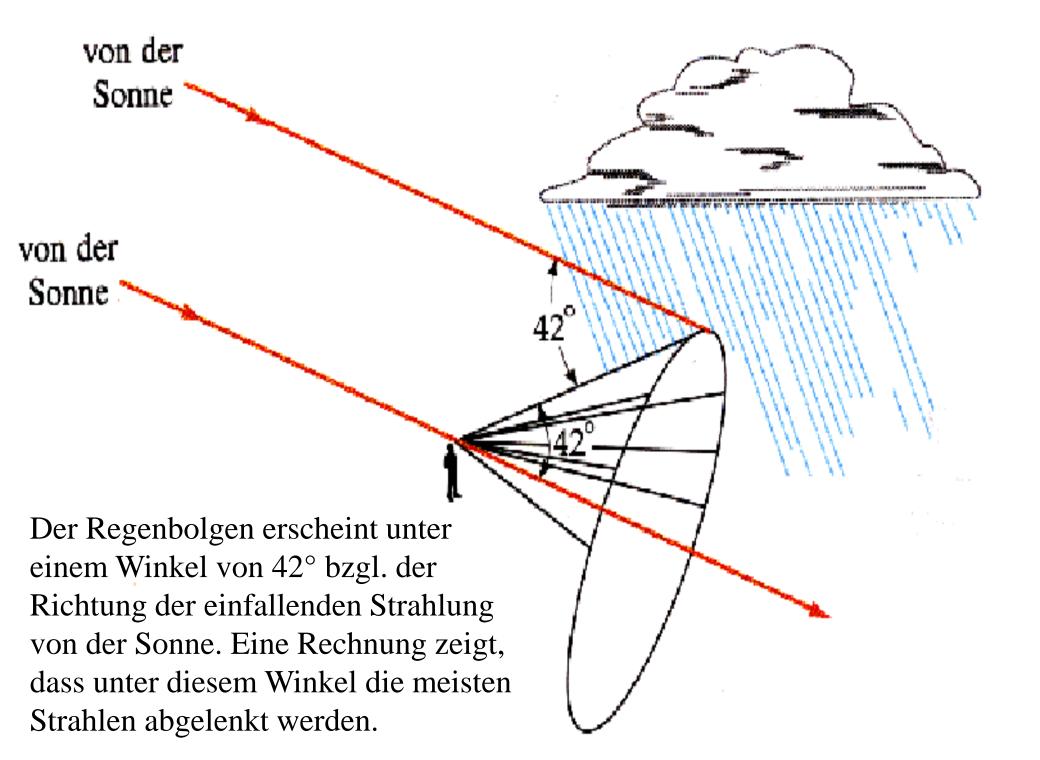
Versuch 5: Farbscheibe

Die Spektralfarben werden auf eine drehbare Scheibe gemalt. In Ruhe sind die verschiedenen Farben gut erkennbar. Versetzt man die Scheibe in schnelle Umdrehungen, dann erscheint sie weiß, da das Auge wegen seiner Trägheit über alle Farben mittelt.

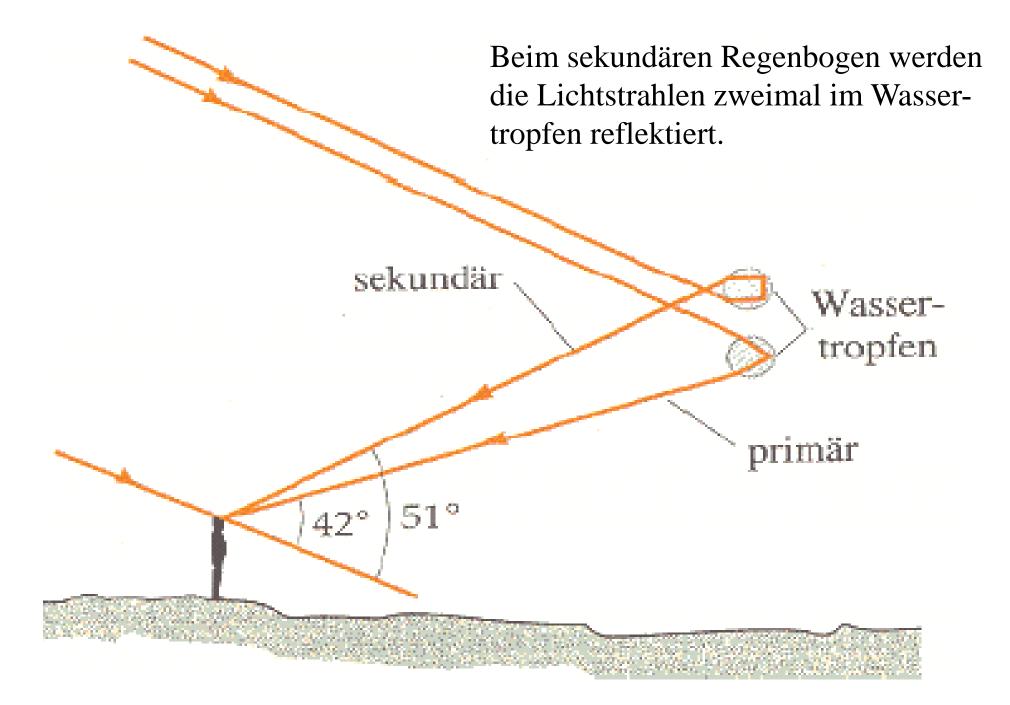












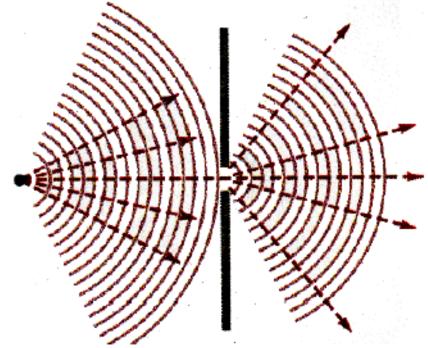
Begründung und Grenzen der geometrischen Optik

In der geometrischen Optik wird das Licht durch "Strahlen" beschrieben, die senkrecht auf den "ebenen" Wellenfronten stehen.

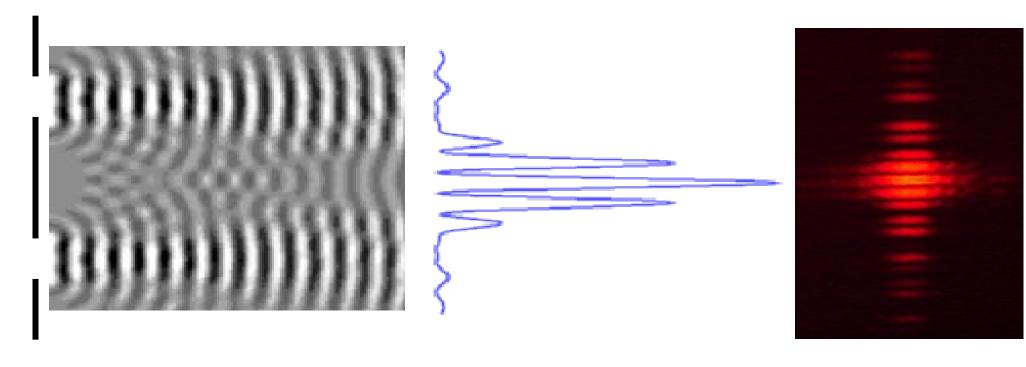
Im Prinzip müßte man die Maxwell-Gleichungen für alle Probleme lösen, wobei die jeweilige optische Anordnung spezielle Randbedingungen definieren würde. Dies ist viel zu aufwendig!

Das Huygens'sche Prinzip erleichtert einem hier die Arbeit. Trifft beispielsweise eine kugelförmige Wellenfront auf einen Spalt, dann kann sie näherungsweise als ebene Welle im Spaltbereich betrachtet werden. Der Spalt ist somit eine sekundäre Quelle ebener Wellen. Genau das sagt das

Huygens'sche Prinzip aus.



Die Beschreibung durch Strahlen, die unabhängig voneinander sind, bricht dann zusammen, wenn Beugungs- und Interferenzeffekte auftreten. Beispielsweise gilt beim Durchgang einer Welle durch einen Doppelspalt:

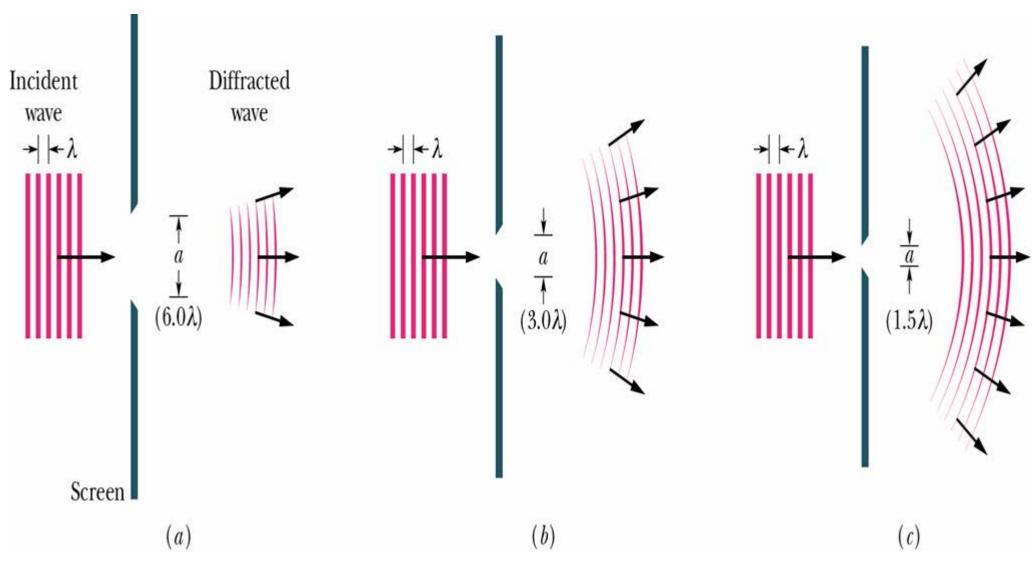


Die geometrische Optik gilt, solange die Dimensionen der Apparate, welche das Licht beschränken (also z.B. der Blenden), groß gegenüber der Wellenlänge sind. Dann kann das Licht in guter Näherung als ebene Welle beschrieben werden, welche sich geradlinig ausbreitet und durch "Strahlen" approximiert wird.

33



Übergang von der geometrischen zur Wellenoptik:







Inhalt der Vorlesung B1

4. Elektrizitätslehre, Elektrodynamik

Einleitung

Ladungen & Elektrostatische Felder

Elektrischer Strom

Magnetostatik

Zeitlich veränderliche Felder - Elektrodynamik

Wechselstromnetzwerke

Die Maxwell'schen Gleichungen

Elektromagnetische Wellen & Strahlung

Relativität der Felder

5. Optik

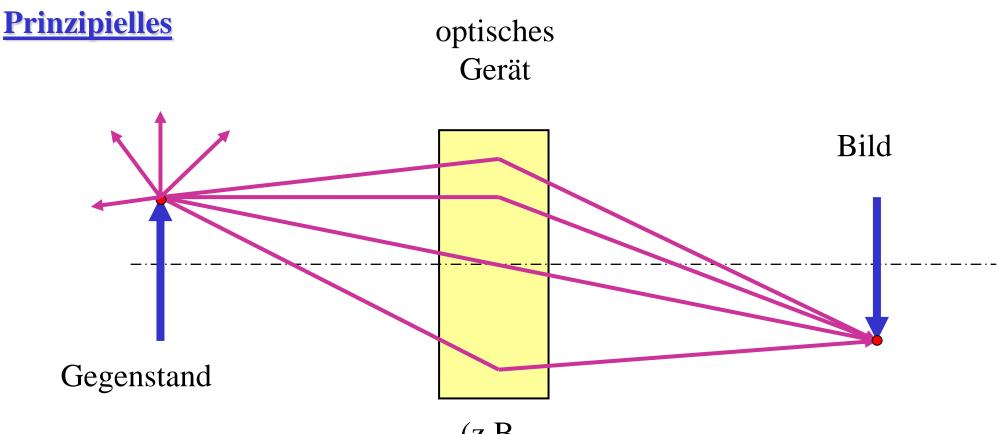
Licht als elektromagnetische Welle

Geometrische Optik

Optische Abbildungen

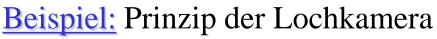
Wellenoptik

Optische Abbildungen



Von jedem Punkt eines Gegenstandes gehen <u>viele</u> <u>Lichtstrahlen</u> in verschiedene Richtungen aus. (z.B. Linse)

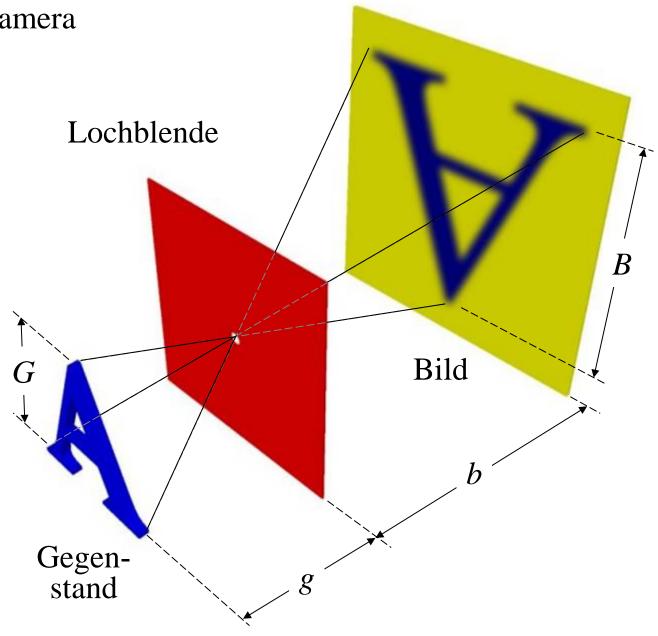
Alle Strahlen, die auf einen Bildpunkt fallen, müssen von einem Gegenstandspunkt ausgegangen sein.

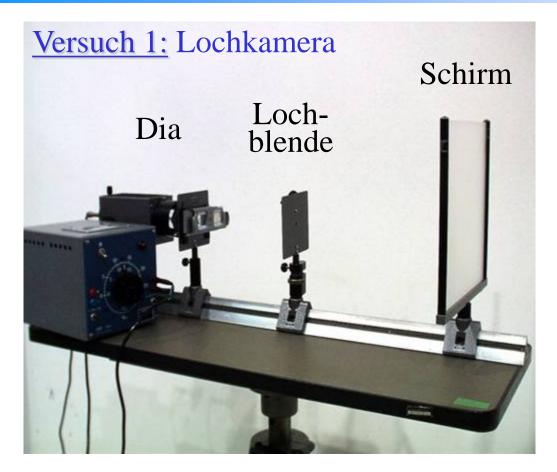


Nach dem Strahlensatz gilt:

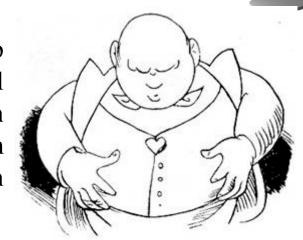
$$\frac{b}{g} = \frac{B}{G}$$

Ein kleiner Lochdurchmesser läßt nur ein eng begrenztes Strahlenbündel durch, was eine scharfe Abbildung ergibt. Andererseits kommt nur wenig Licht hindurch, so dass das Bild recht dunkel wird. Hier muß ein Kompromiß zwischen Helligkeit und Schärfe gefunden werden.





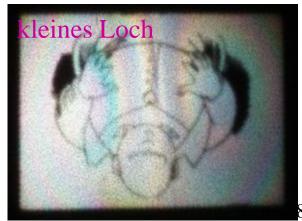
Herr Knopp Original von Wilhelm Busch



Auch bemerkt er außerdem, Was ihm gar nicht recht bequem, Daß er um des Leibes Mitten Längst die Wölbung überschritten, Welche für den Speiseschlauch, Bei natürlichem Gebrauch, Wie zum Trinken, so zum Essen, Festgesetzt und abgemessen. -

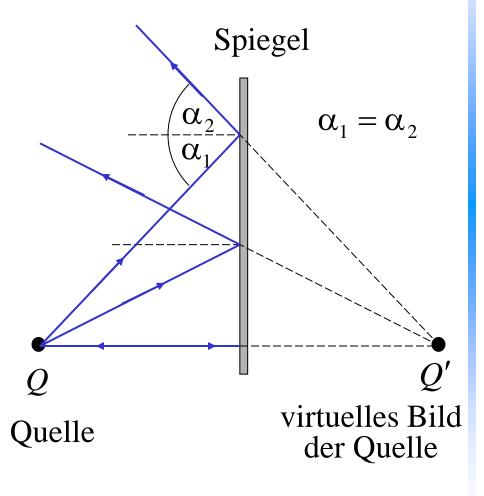




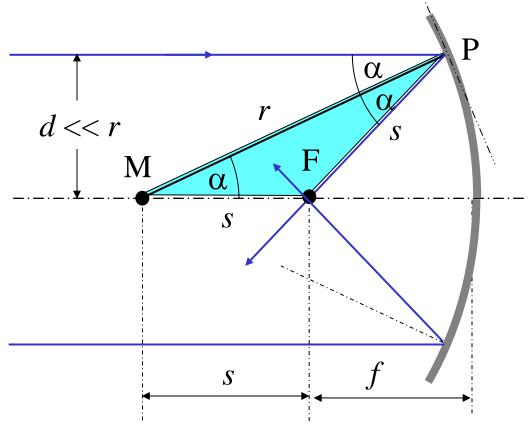


Spiegel und Linsen

(i) Ebener Spiegel:

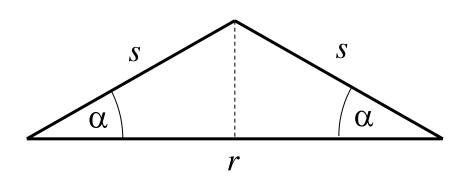


(ii) Hohlspiegel:



Parallele Strahlen werden durch einen Hohlspiegel im Brennpunkt F zusammengeführt.





Für den Strahlengang folgt:

$$\frac{r}{2s} = \cos \alpha \implies s = \frac{r}{2\cos \alpha}$$

Man entwickelt nun:

$$\frac{1}{\cos \alpha} = 1 + \frac{\alpha^2}{2} \pm \cdots$$

$$\approx 1 + \frac{\alpha^2}{2} \quad \text{wenn } \alpha \ll 1$$

Damit erhält man

$$s = \frac{r}{2} \left(1 + \frac{\alpha^2}{2} \right)$$

Die Brennweite f des Hohlspiegels ist damit:

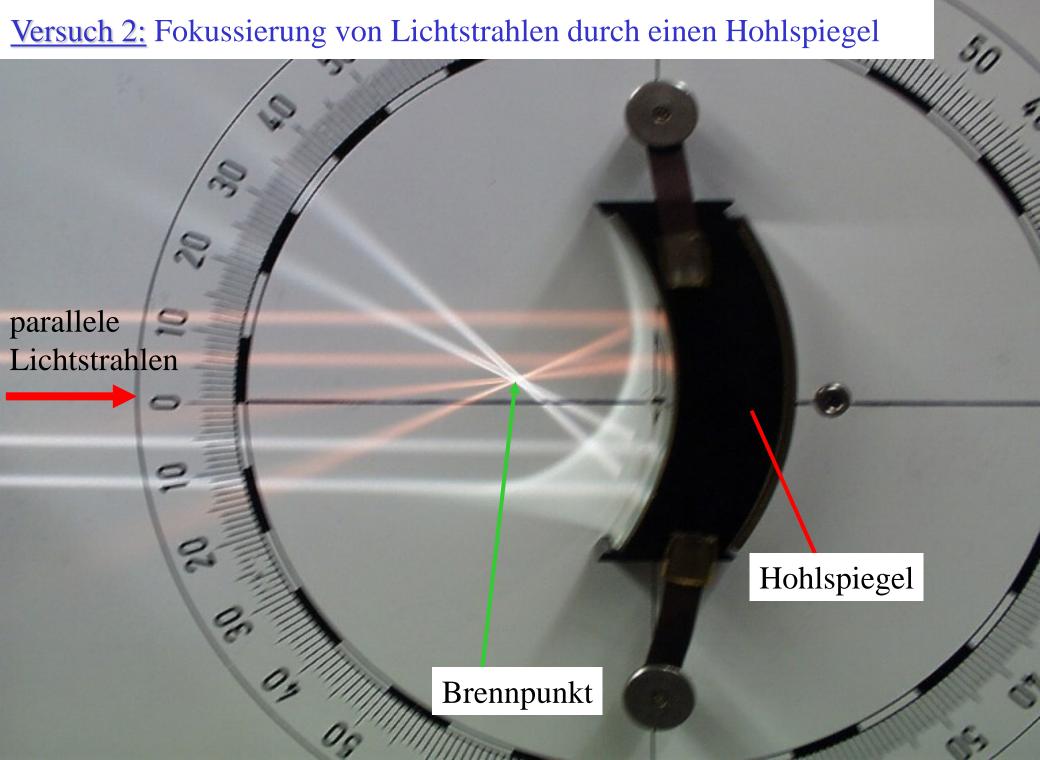
$$f = r - s = r - \frac{r}{2} \left(1 + \frac{\alpha^2}{2} \right)$$

Und schließlich

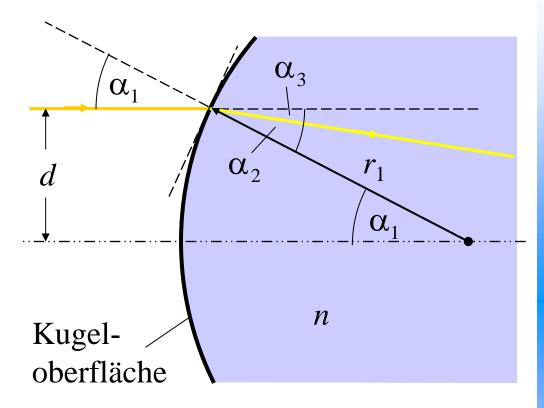
$$f = \frac{r}{2} \left(1 - \frac{\alpha^2}{2} \right)$$

oder für achsennah einfallende Strahlen, d.h. $\alpha \ll 1$

$$f \approx \frac{r}{2}$$



(iii) Linse (konvex):



Ein parallel zur Achse auf eine Kugeloberfläche treffender Strahl wird um den Winkel α_3 zur Achse hin abgelenkt. Aus der Geometrie der Anordnung folgen die Relationen:

$$d = r_1 \sin \alpha_1 , \quad \alpha_2 + \alpha_3 = \alpha_1$$

$$\Rightarrow \sin \alpha_1 = \frac{d}{r_1}, \quad \alpha_3 = \alpha_1 - \alpha_2$$

Nach dem Brechungsgesetz gilt

$$\sin \alpha_1 = n \sin \alpha_2$$

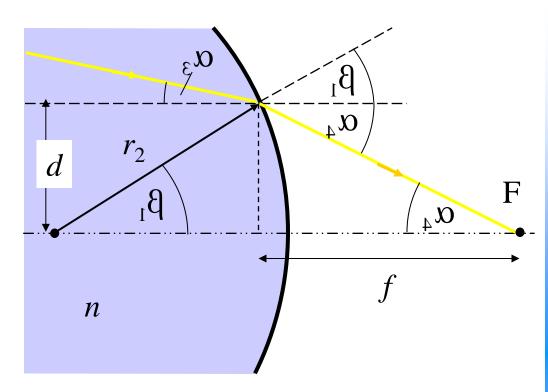
Nun betrachten wir nur *achsennahe* Strahlen, also $d << r_1$, d.h. $\alpha_1 << 1$ und $\alpha_2 << 1$. Dann folgt

$$\alpha_1 \approx \frac{d}{r_1}, \quad \alpha_2 \approx \frac{1}{n}\alpha_1 = \frac{d}{n r_1}$$

Damit erhält man

$$\alpha_3 = \frac{d}{r_1} - \frac{d}{r_1 n} = \frac{d}{r_1} \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$
 (*)





Für den durch die Kugeloberfläche austretenden Strahl gilt entsprechend

$$d = r_2 \sin \beta_1 \implies \frac{d}{r_2} = \sin \beta_1 \approx \beta_1$$

und nach dem Brechungsgesetz:

$$n\sin(\alpha_3 + \beta_1) = \sin(\beta_1 + \alpha_4)$$

Daraus folgt für achsennahe Strahlen

$$n(\alpha_3 + \beta_1) = \beta_1 + \alpha_4$$

$$\Rightarrow \alpha_4 = n\alpha_3 + (n-1)\beta_1$$

Setzt man α_3 nach (*) ein, wird:

$$\alpha_4 = n \frac{d}{r_1} \left(1 - \frac{1}{n} \right) + (n - 1) \frac{d}{r_2}$$
$$= d (n - 1) \left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right]$$

Der gesamte Ablenkwinkel ist damit

$$\frac{d}{f} = \tan \alpha_4 \approx \alpha_4$$

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right]$$

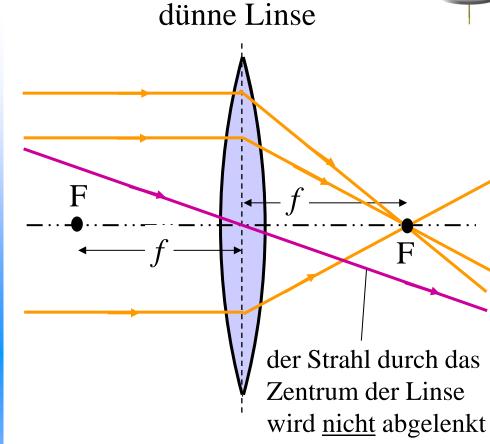


Bei dieser Ableitung ist eine dünne Linse vorausgesetzt worden, bei der sich die transversale Position d des Lichtstrahls in der Linse kaum ändert. Außerdem gilt die Beziehung nur für achsennahe Strahlen, d.h. $d << r_1, r_2$.

Für eine Linse mit gleichen Kugelflächen auf beiden Seiten, d.h. $r_1 = r_2 = r$, folgt sofort:

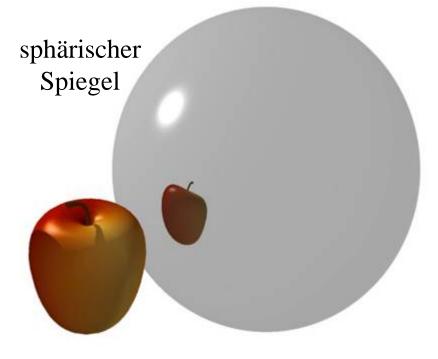
$$f = \frac{r}{2(n-1)}$$

Parallele Strahlen werden also in einem Punkt, dem "*Brennpunkt*" vereinigt, der im Abstand f, der *Brennweite*, von der Linsenfläche liegt.

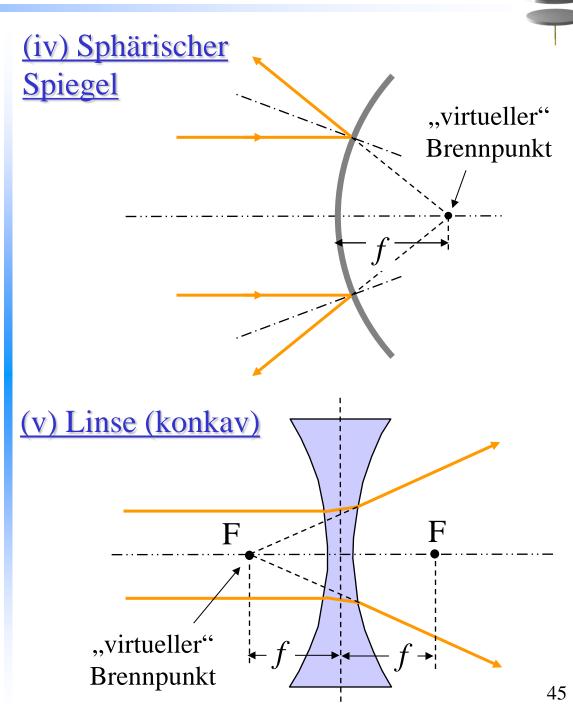


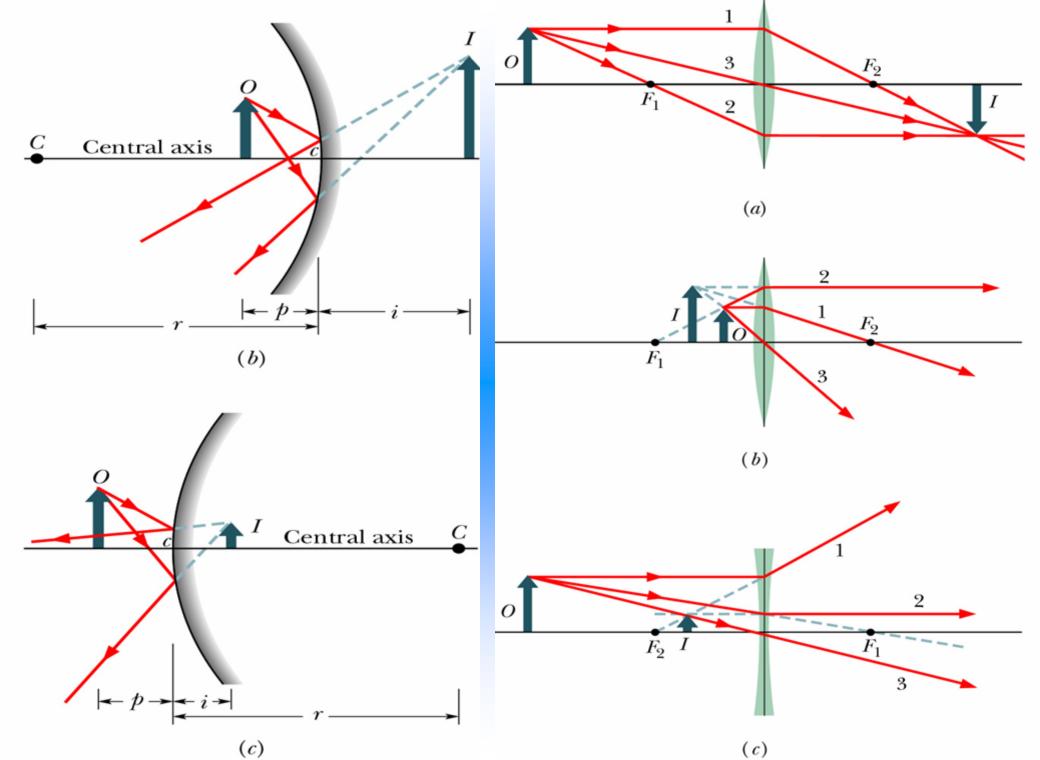
Mit diesen Eigenschaften des Strahlenganges durch eine dünne Linse können die Abbildungseigenschaften beliebiger optischer Systeme ermittelt werden.

Es gibt auch "Zerstreuungssysteme". Das Spiegelbild an einem sphärischen Spiegel erscheint beispielsweise verkleinert.



Die Ursache liegt in der Auffächerung der Lichtstrahlen an der Oberfläche des sphärischen Spiegels.







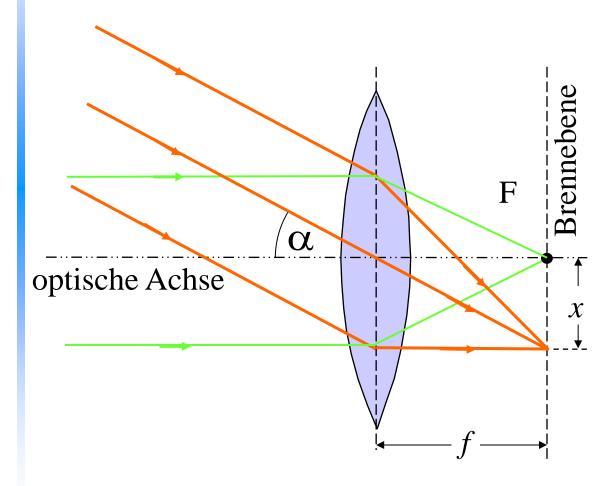
Abbildungsgesetze

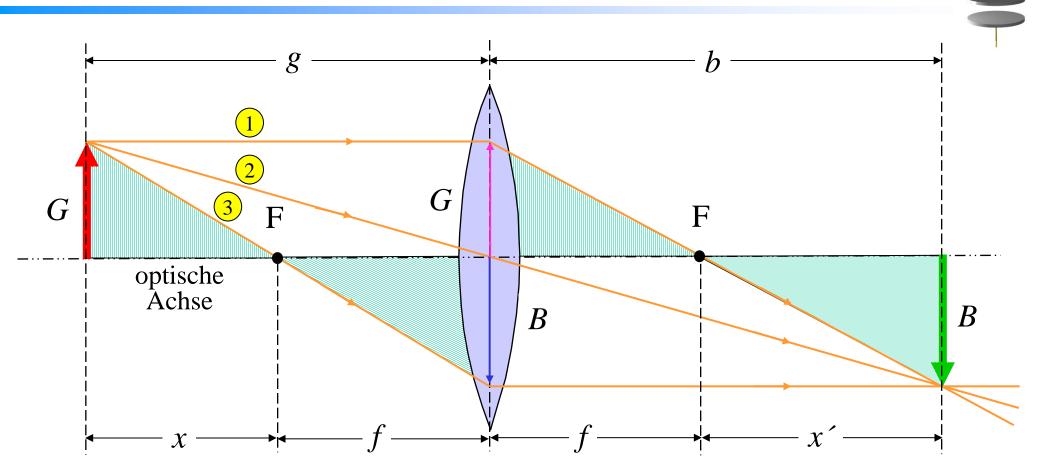
Parallele Strahlen werden hinter einer konvexen dünnen Linse immer in einer Ebene mit dem Abstand f fokussiert, der sogenannten "Brennebene". Für Strahlen, die unter einem beliebigen Winkel α zur optischen Achse eintreffen, gilt immer:

$$\tan \alpha = \frac{x}{f}$$

<u>Hinweis:</u> Diese Beziehung gilt aber nur für achsennah einfallende Strahlen!

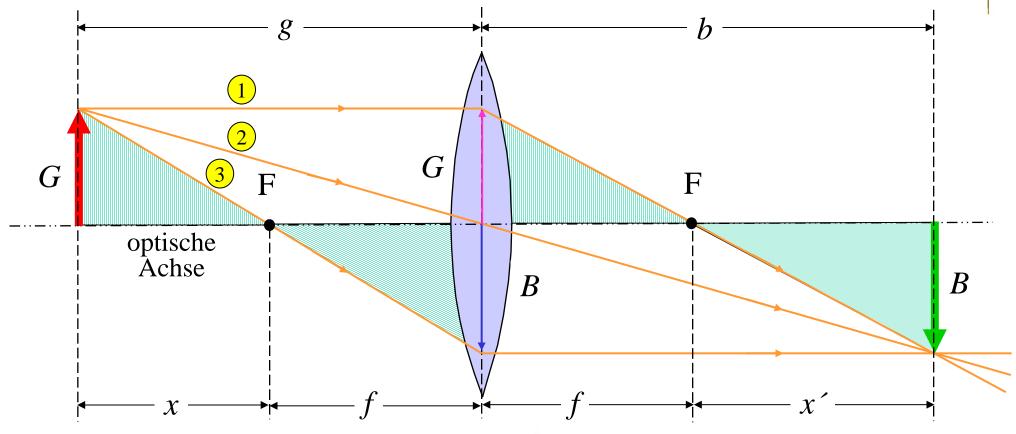
Fokussierung paralleler Strahlen in der Brennebene:





Zur Abbildung müssen die drei vom Gegenstand *G* ausgehenden Strahlen wieder in einem Punkt des Bildes *B* zusammenlaufen. Ein paralleler Strahl (1) geht hinter der der Linse durch deren Brennpunkt F. Ein durch den vorderen Brennpunkt F einfallender Strahl (3) verläuft hinter der Linse parallel zur optischen Achse. Der durch das Zentrum der Linse laufende Strahl (2) bleibt unbeeinflußt. Mit diesen drei Strahlen (eigentlich sind schon zwei ausreichend) wird die Abbildung konstruiert.





Mit dem Strahlensatz für die entsprechenden Längen folgt sofort:

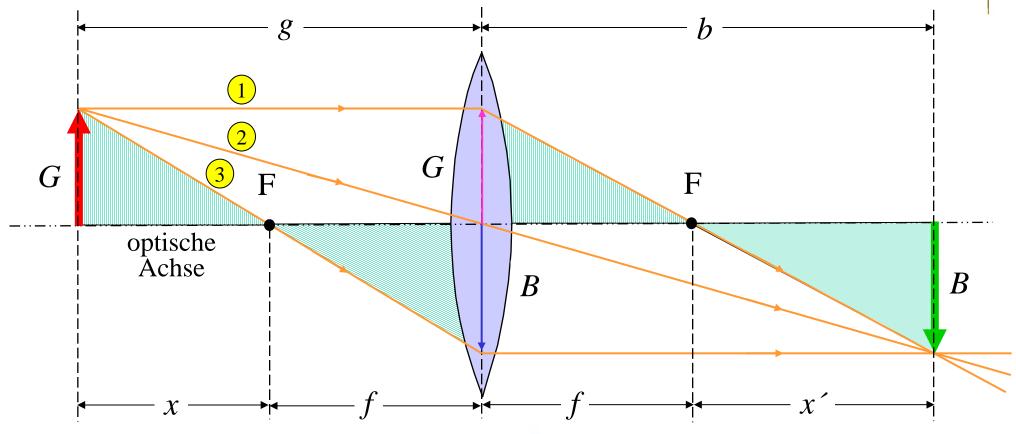
$$\frac{G}{B} = \frac{g}{b} = \frac{x}{f} = \frac{g-f}{f} = \frac{g}{f} - 1$$

Daraus ergibt sich:

$$\frac{g}{b} = \frac{g}{f} - 1 \quad |: g$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g}$$



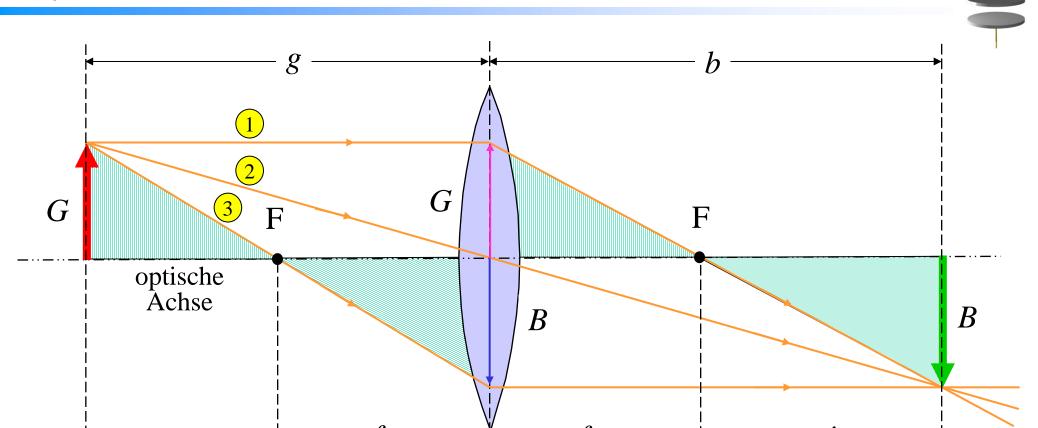


Man erhält also sofort die wichtige *Linsengleichung*:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

Leicht folgt mit dem Strahlensatz auch noch eine andere Beziehung:

$$\frac{G}{B} = \frac{x}{f} = \frac{f}{x'}$$



Daraus folgt direkt die "Newton-Gleichung":

$$f^2 = x \cdot x'$$

Definition der Brechkraft D einer Linse:

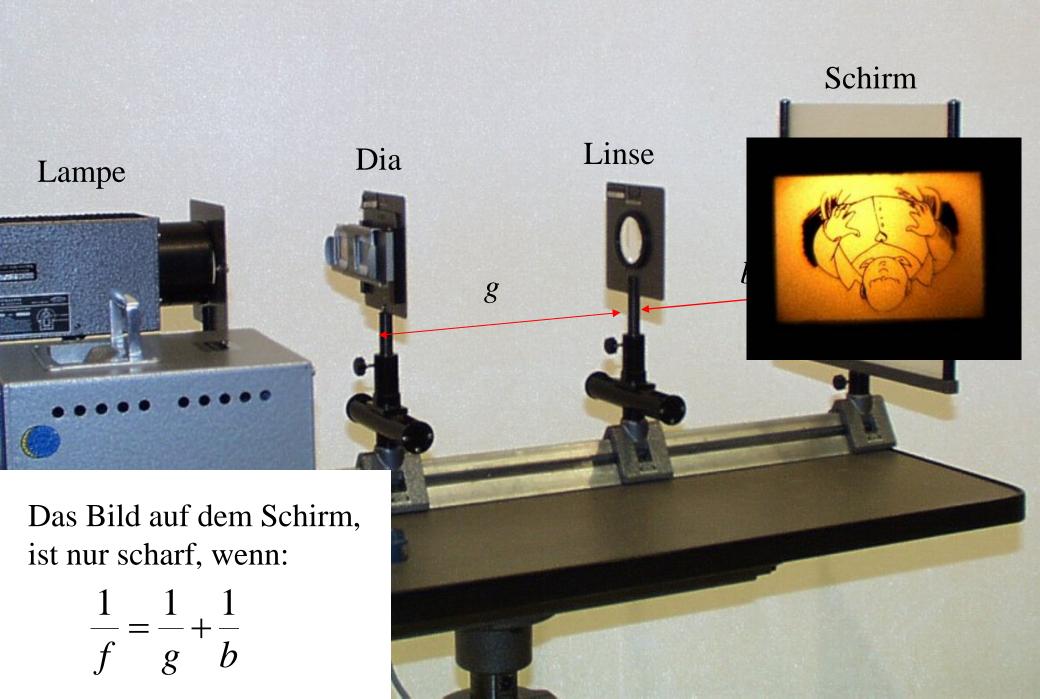
$$D = \frac{1}{C}$$
 $[D] = 1/m = 1$ Dioptrie

Die Gesamtbrechkraft mehrerer dicht hintereinander angeordneter dünner Linsen ist:

$$D_{\text{ges}} = D_1 + D_2 + D_3 + \dots + D_n$$

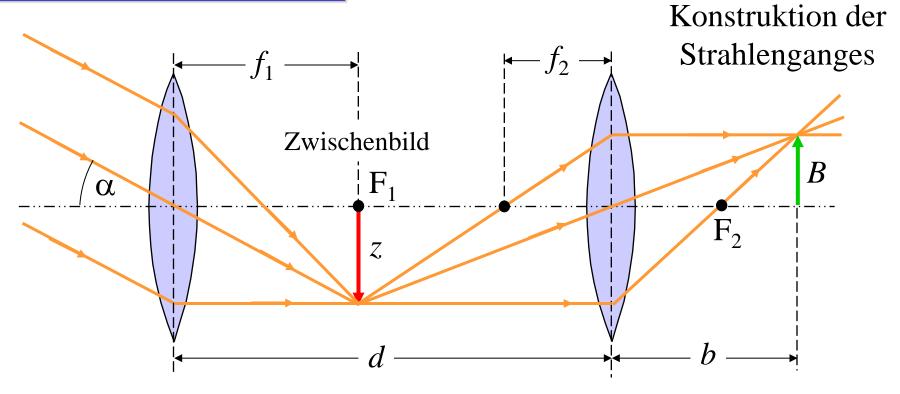
$$1/f_{\text{ges}} = 1/f_1 + 1/f_2 + 1/f_3 + \dots + 1/f_n$$
51

<u>Versuch 3:</u> Versuch zum Linsengesetz



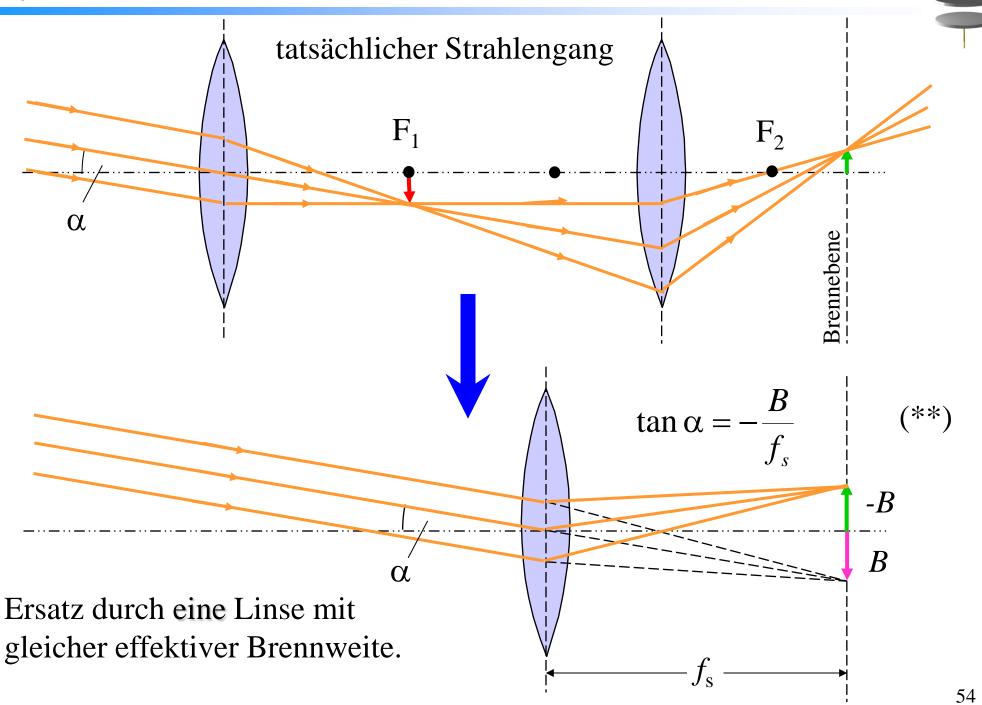


Systeme mit mehreren Linsen



Um den Strahlengang durch ein System von zwei Linsen zu finden, wird zunächst für die erste Linse ein Zwischenbild konstruiert. Damit wird dann das Bild *B* hinter der zweiten Linse bestimmt. Es gilt:

$$\tan \alpha = \frac{z}{f_1}$$
 und $\frac{z}{B} = \frac{d - f_1}{b}$ (*)





Für die zweite Linse gilt nach dem Linsengesetz:

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{d - f_1} = \frac{1}{f_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{d - f_1} = \frac{(d - f_1) - f_2}{f_2(d - f_1)}$$

Mit (*) folgt:

$$\frac{z}{B} = \frac{d - f_1}{b} = \frac{(d - f_1)(d - f_1 - f_2)}{f_1(d - f_1)}$$
$$= \frac{d - f_1 - f_2}{f_2}$$

Also erhält man:

$$z = B \frac{d - f_1 - f_2}{f_2}$$

Mit (*) und (**) folgt weiter:

$$\tan \alpha = \frac{z}{f_1} = B \frac{d - f_1 - f_2}{f_1 f_2} = -\frac{B}{f_s}$$

Daraus ergibt sich schließlich die effektive Brennweite für das System aus beiden Linsen zu:

$$\frac{1}{f_{\rm s}} = \frac{1}{f_{\rm 1}} + \frac{1}{f_{\rm 2}} - \frac{d}{f_{\rm 1}f_{\rm 2}}$$

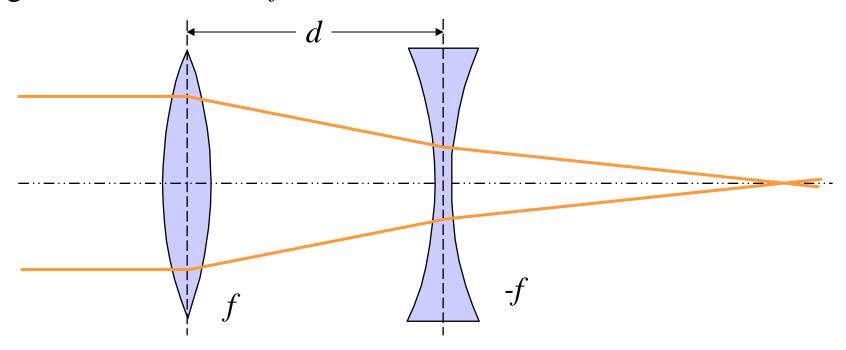
Sind die Brennweiten groß gegen den Linsenabstand, also $f_1, f_2 >> d$ vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$\frac{1}{f_{\rm s}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Dies ist die Begründung für die vorher angegebene Additivität der Brechzahlen bei Linsensystemen. 55



Beispiel: Kombination aus einer Sammel- und einer Zerstreuungslinse gleicher Brennweite f.



Der Linsenabstand sei kleiner als die Brennweite, also f > d > 0. Dann folgt:

$$\frac{1}{f_s} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f} + \frac{d}{f^2} = \frac{d}{f^2} > 0$$

d.h. eine fokussierende und eine defokussierende Linse gleicher Brennweite f, die im Abstand d < f montiert sind, ergeben immer eine effektive Sammellinse.



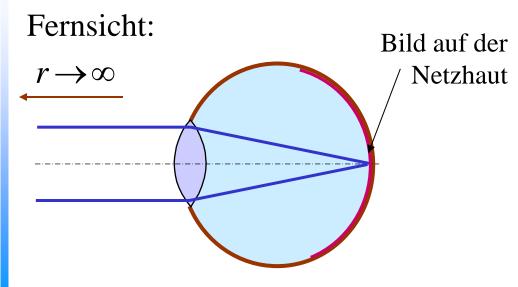
Optische Geräte

(a) Das Auge

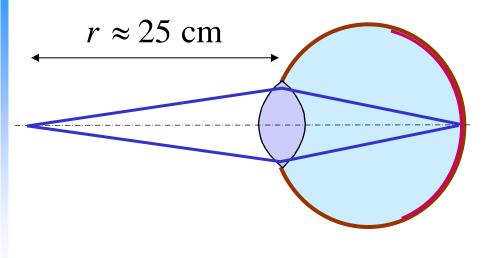
Das Auge erzeugt mit einer Linse ein Bild auf der Netzhaut. Die Brennweite der Linse ist in einem bestimmten Bereich variabel, um Nah- und Fernsicht zu ermöglichen.

Ziliarmuskel Hornhaut (Cornea) Netzhaut (Retina) Pupille Linse Iris Sehnerv

(i) normalsichtiges Auge:

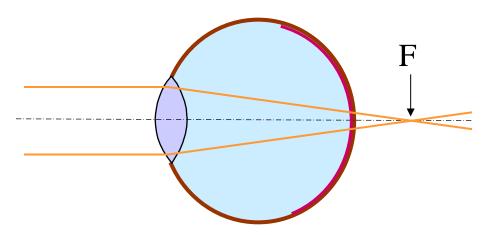


Nahsicht:

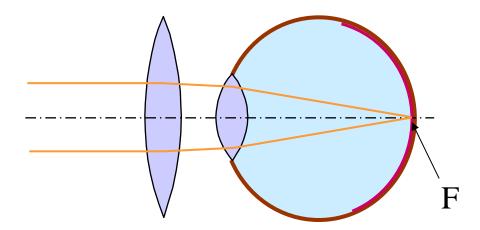




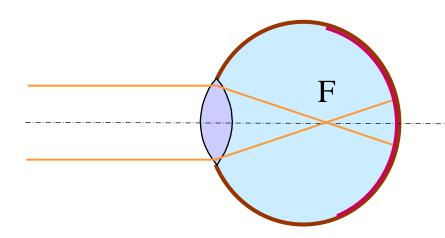
(ii) Weitsichtigkeit



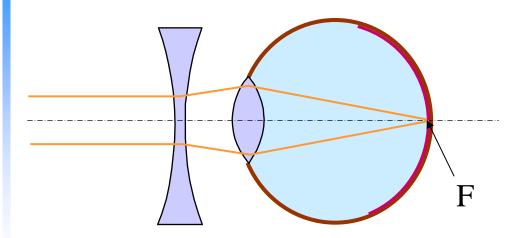
Korrektur der Weitsichtigkeit durch eine konvexe Linse:



(iii) Kurzsichtigkeit

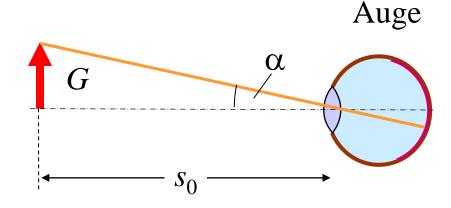


Korrektur der Kurzsichtigkeit durch eine konkave Linse:





(b) Die Lupe

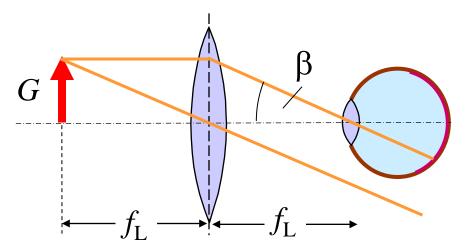


 s_0 = deutliche Sehweite

Für den Winkel, unter dem der Gegenstand *G* für das normale Auge erscheint, gilt:

$$\tan \alpha = \frac{G}{s_0}$$

Verwendung einer Lupe:

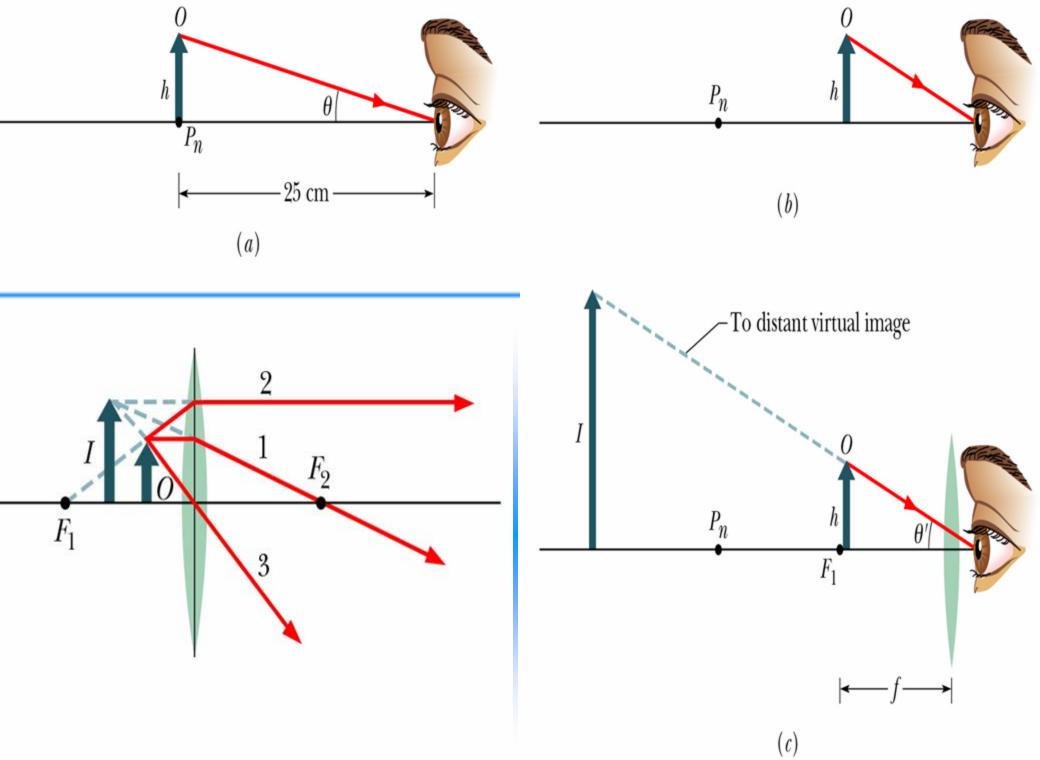


Hält man eine Linse zwischen das Auge und den Gegenstand, dann wird der

Winkel
$$\tan \beta = \frac{G}{f_{L}}$$

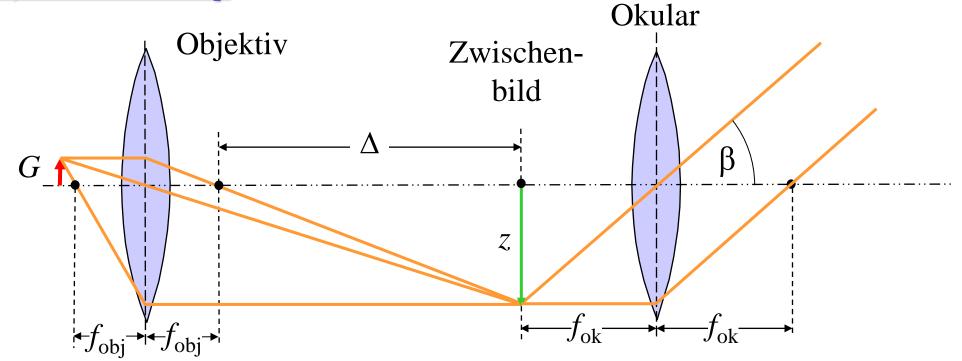
Da $f_L < s_0$ erhält man die Vergrößerung:

$$V = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = \frac{s_0}{f_L} \approx \frac{25 \,\text{cm}}{f_L}$$





(c) Das Mikroskop



Es gelten folgende Relationen

$$\tan \beta = \frac{z}{f_{\text{ok}}}, \quad \frac{\Delta}{z} = \frac{f_{\text{obj}}}{G} \implies z = \frac{G\Delta}{f_{\text{obj}}}$$

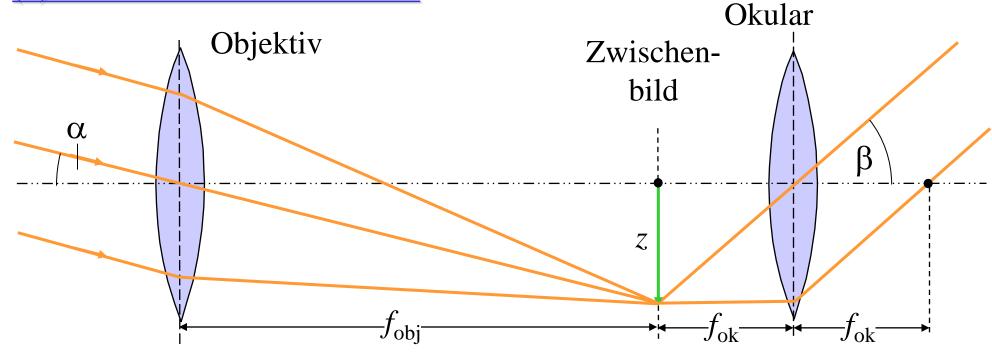
und weiter:
$$\tan \beta = \frac{G \Delta}{f_{ok} f_{obi}}$$

Die Vergrößerung ist also umso größer, je kleiner die Brennweiten von Okular und Objektiv sind. Vergleich zur Lupe:

$$\tan \alpha = \frac{G}{s_0},$$
 $V = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = \frac{\Delta \cdot s_0}{f_{\text{ok}} f_{\text{obj}}}$



(d) Das astronomische Fernrohr



Für die Winkel gilt:

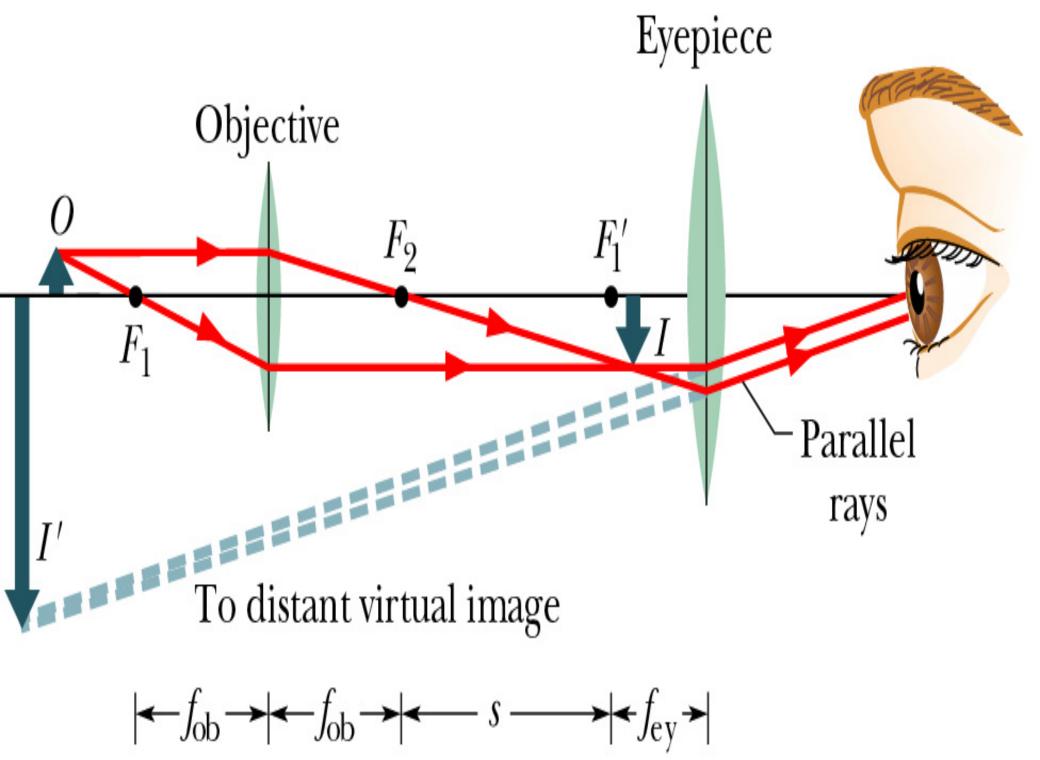
$$\tan \beta = \frac{z}{f_{\text{ok}}}$$

$$\tan \alpha = \frac{z}{f_{\text{obj}}}$$

Daraus folgt die Vergrößerung:

$$V = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = \frac{f_{\text{obj}}}{f_{\text{ok}}}$$

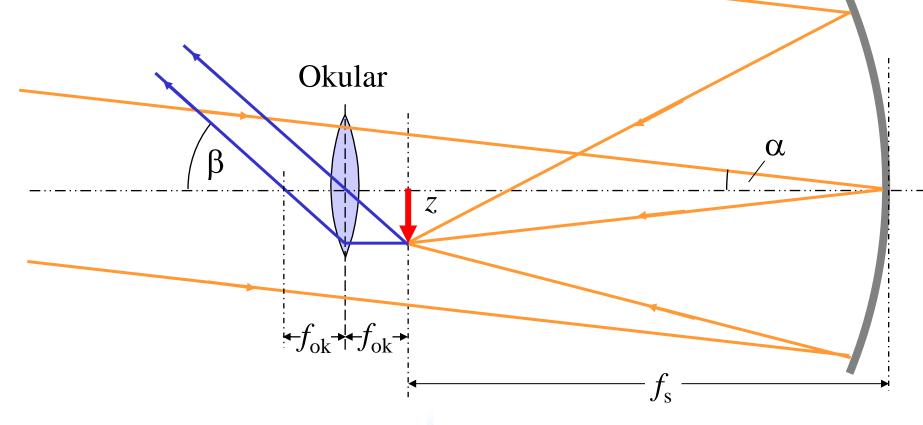
Astronomische Fernrohre sollten daher eine möglichst große Brennweite des Objektivs haben.





Spiegel

(e) Das Spiegelteleskop

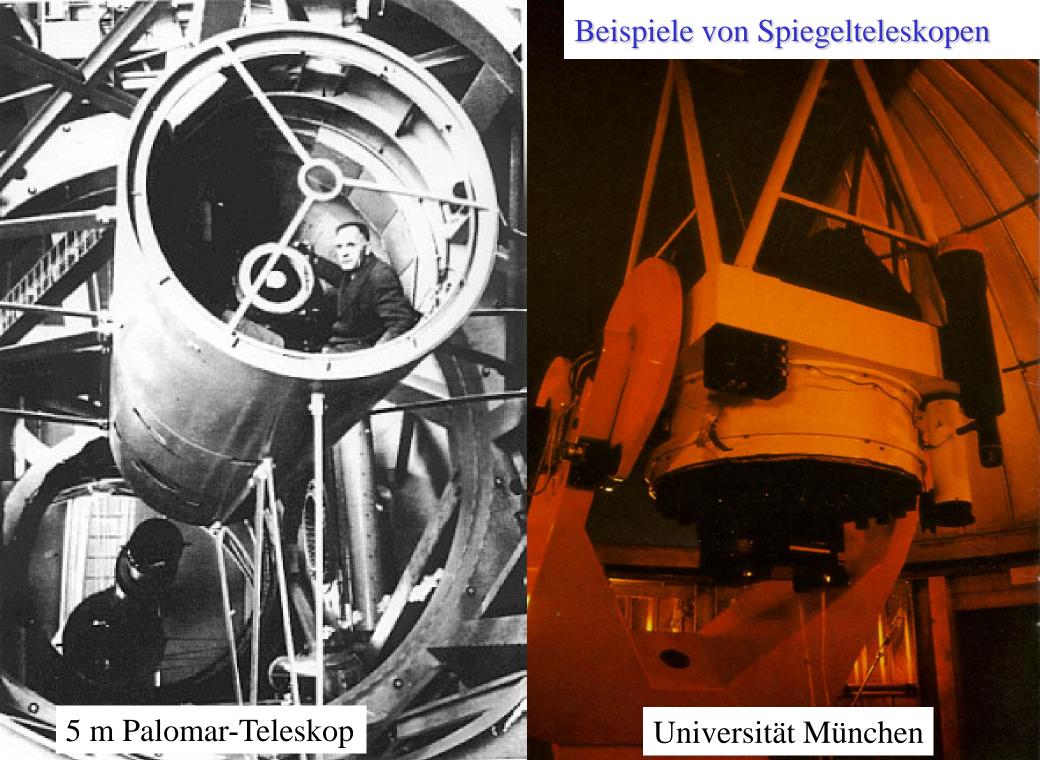


Es gilt wieder:

$$\tan \alpha = \frac{z}{f_{\rm s}}, \quad \tan \beta = \frac{z}{f_{\rm ok}}$$

Daraus folgt die Vergrößerung:

$$V = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = \frac{f_{\rm s}}{f_{\rm ok}}$$





Dieselbe Optik wird in der Radioastronomie für Radiowellen benutzt:

Das Radioteleskop Effelsberg

Empfangsantenne = "Okular" Sie liegt im Brennpunkt des Hohlspiegels.

Hohlspiegel





Inhalt der Vorlesung B1

4. Elektrizitätslehre, Elektrodynamik

Einleitung

Ladungen & Elektrostatische Felder

Elektrischer Strom

Magnetostatik

Zeitlich veränderliche Felder - Elektrodynamik

Wechselstromnetzwerke

Die Maxwell'schen Gleichungen

Elektromagnetische Wellen & Strahlung

Relativität der Felder

5. Optik

Licht als elektromagnetische Welle

Geometrische Optik

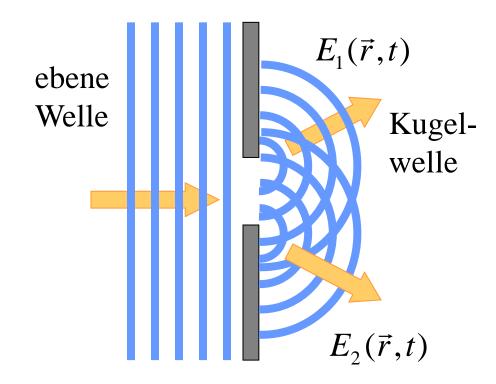
Optische Abbildungen

Wellenoptik

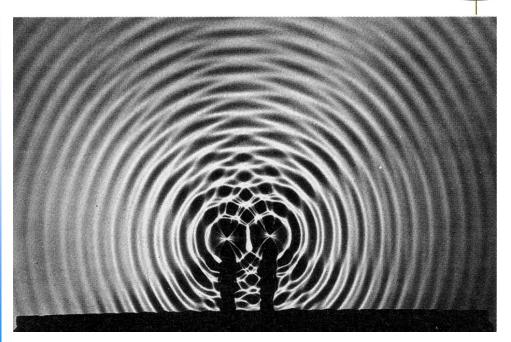
Wellenoptik

Begung und Interferenz

Nach dem Huygenschen Prinzip ist jeder Punkt einer Wellenfront Ausgangspunkt einer Kugelwelle.



Das führt zur *Beugung*. Das Licht geht quasi "um die Ecke".



Die verschiedenen Wellen überlagern sich, was zu *Interferenzen* führt. Zwei Wellenfelder gleicher Frequenz und fester Phase überlagern sich in der Art:

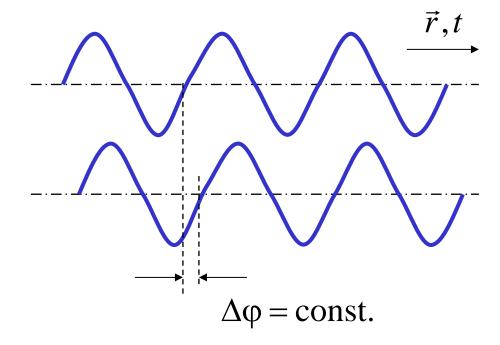
$$E_{R}(\vec{r},t) = E_{1}(\vec{r},t) + E_{2}(\vec{r},t)$$

$$\Rightarrow I_{R} = \langle E_{R}^{2} \rangle = \langle (E_{1} + E_{2})^{2} \rangle$$

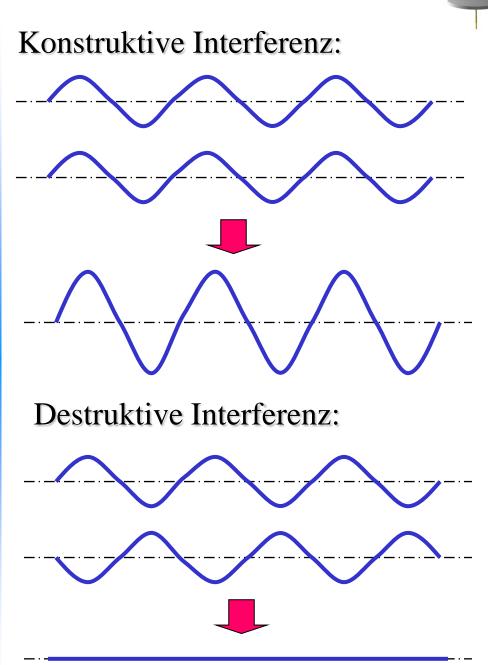
=

Kohärenz:

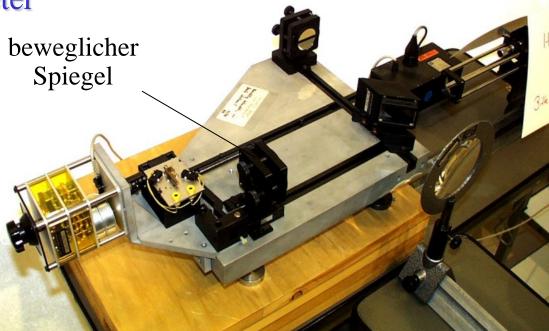
Zwei Wellenfronten sind kohärent, wenn ihr Phasenunterschied zeitlich konstant ist.



In diesem Fall gibt es konstruktive oder destruktive Interferenz.

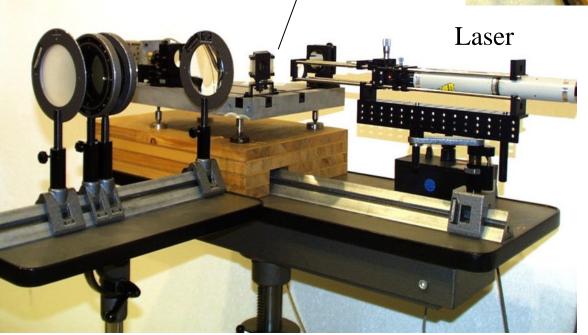


<u>Versuch 1:</u> Michelson-Interferometer



fester Spiegel

halbdurchlässiger Spiegel

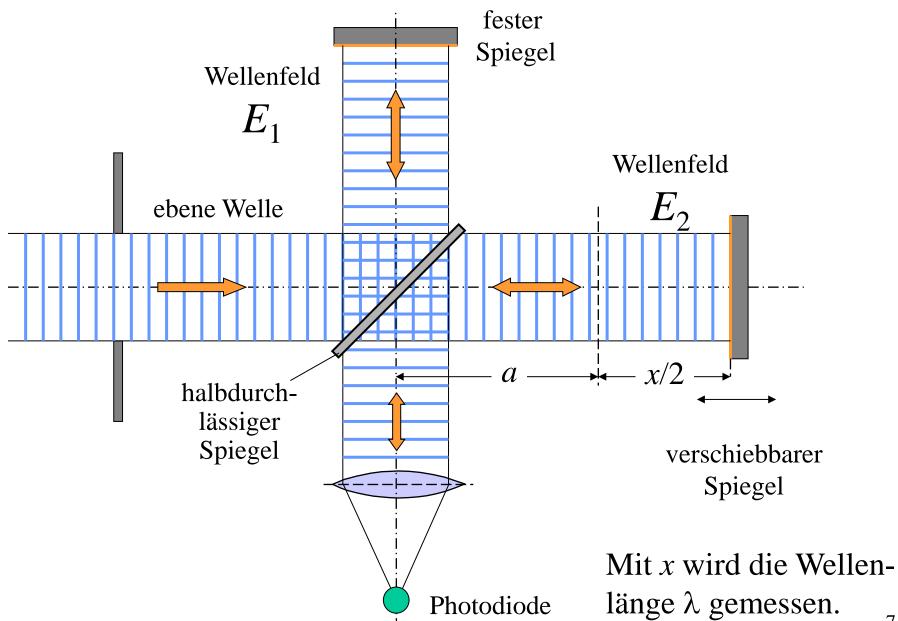




Beobachtete Interferenzringe

=

Michelson Interferometer:





Die Wellenfelder E_1 und E_2 bestehen aus jeweils einer hin- und einer rücklaufenden Welle gleicher Amplitude:

Wellenfeld 1:

$$E_1 = E_0 \exp(i\omega t) \exp(-i2ka)$$

Wellenfeld 2:

$$E_2 = E_0 \exp(i\omega t) \exp(-ik(2a+x))$$
$$= E_0 \exp(i\omega t) \exp(-i2ka) \exp(-ikx)$$

Durch Überlagerung entsteht:

$$E_{\rm R} = E_1 + E_2, \quad I_{\rm R} = E_{\rm R} E_{\rm R}^* = |E_{\rm R}^2|$$

Also:

$$I_{\rm R} = (E_1 + E_2)(E_1 + E_2)^*$$

= $(E_1 + E_2)(E_1^* + E_2^*)$

$$I_{\rm R} = E_1 E_1^* + E_1 E_2^* + E_2 E_1^* + E_2 E_2^*$$

Nun ist

$$E_1 E_1^* = E_0^2 \exp(i\omega t) \exp(-i2ka)$$
$$\cdot \exp(-i\omega t) \exp(i2ka)$$

$$=E_0^2$$

und analog $E_2 E_2^* = E_0^2$

$$E_1 E_2^* + E_2 E_1^* = E_1 E_2^* + (E_1 E_2^*)^*$$

Allgemein gilt:

$$A + A^* = a + ib + (a - ib) = 2a$$
$$= 2\operatorname{Re}(A)$$



Man erhält:

$$2\operatorname{Re}(E_{1}E_{2}^{*}) = 2\operatorname{Re}(E_{0} \exp(i\omega t)$$

$$\exp(-i2ka)E_{0} \exp(-i\omega t)$$

$$\exp(+i2ka)\exp(ikx)$$

$$= 2\operatorname{Re}(E_{0}^{2} \exp(ikx))$$

$$=2E_0^2\operatorname{Re}(\cos(kx)+i\sin(kx))$$

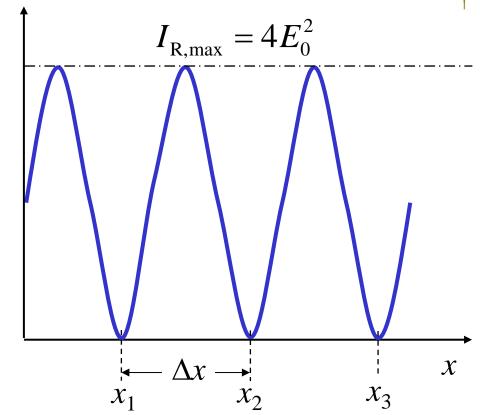
$$=2E_0^2\cos(kx)$$

Damit wird die Gesamtintensität:

$$I_{\rm R} = 2E_0^2 \left(1 + \cos(kx) \right)$$

Zwei Minima liegen im Abstand Δx :

$$k\Delta x = 2\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$$

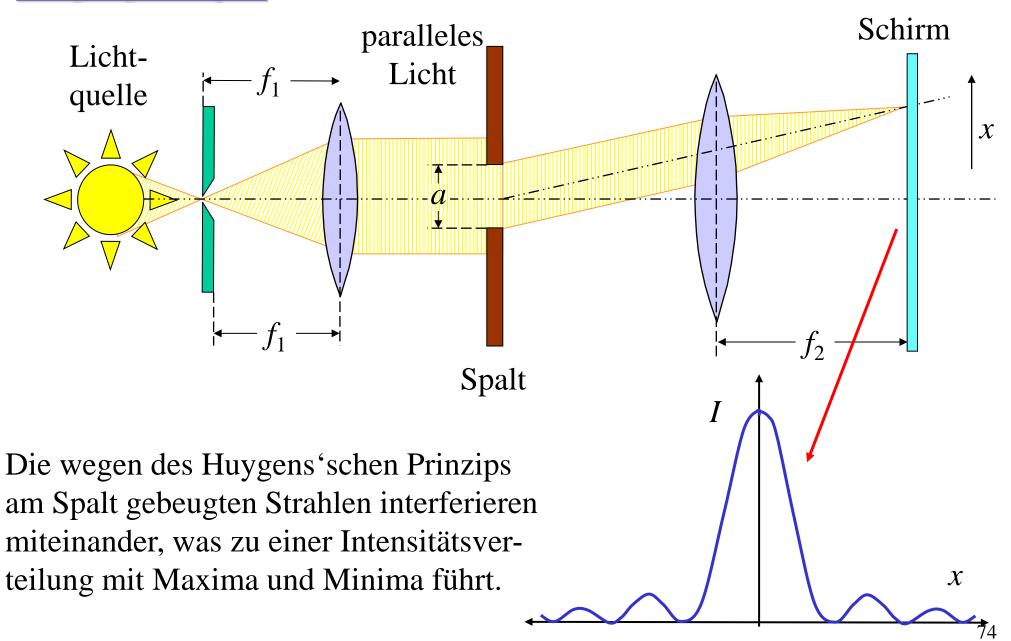


Damit ist die Wellenlänge des Lichtes:

$$\Delta x = \lambda$$

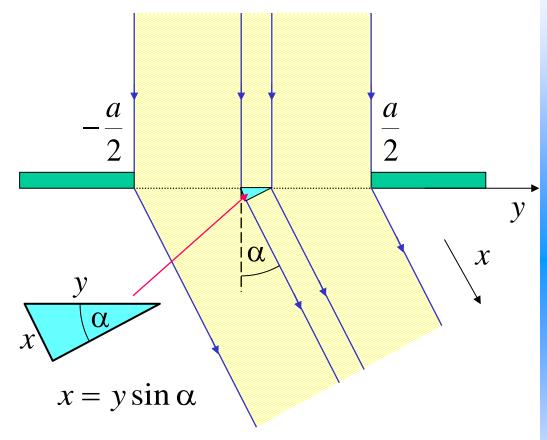
Mit dem Interferometer können also sehr genau Lichtwellenlängen gemessen werden.

Beugung am Spalt





Berechnung der Strahlintensität hinter dem Spalt:



Die Feldstärke ist:

$$E = E_0 \exp(i(\omega t - kx))$$
$$= E_0 \exp(i\omega t) \exp(-iky\sin\alpha)$$

Pro Strecke *dy* im Spalt erhält man folgenden Beitrag *dE* zur Feldstärke:

$$dE = A \exp(i\omega t)$$

$$\exp(-iky\sin\alpha)dy$$

Die Gesamtfeldstärke entlang des Spaltes ist dann:

$$E_{\rm ges} = A \exp(i \omega t)$$

$$\int_{-a/2}^{a/2} \exp(-iky\sin\alpha)dy$$

Die Integration ergibt:

$$E_{\rm ges} = \frac{A \exp(i\omega t)}{-ik \sin \alpha}$$

$$\cdot \left[\exp\left(-i\,ky\sin\alpha\right)\right]_{-a/2}^{+a/2}$$



$$\Rightarrow E_{\text{ges}} = \frac{A \exp(i\omega t)}{-ik \sin \alpha}$$

$$\cdot \left[\exp\left(-ik\frac{a}{2}\sin\alpha\right) - \exp\left(ik\frac{a}{2}\sin\alpha\right) \right]$$

Wir definieren die Abkürzung:

$$\varphi(\alpha) = k \frac{a}{2} \sin \alpha$$

Damit folgt:

$$E_{ges} = \frac{A \exp(i\omega t)}{i 2\varphi(\alpha)}$$

$$\cdot \left[\exp(i\varphi(\alpha)) - \exp(-i\varphi(\alpha)) \right]$$

$$= \frac{A \exp(i\omega t)}{\varphi} \frac{\exp(i\varphi) - \exp(-i\varphi)}{2i}$$

Da
$$\frac{\exp(i\varphi) - \exp(-i\varphi)}{2i} = \sin\varphi$$

ist die Feldstärke:

$$E_{\text{ges}} = A \exp(i\omega t) \frac{\sin(\varphi(\alpha))}{\varphi(\alpha)}$$

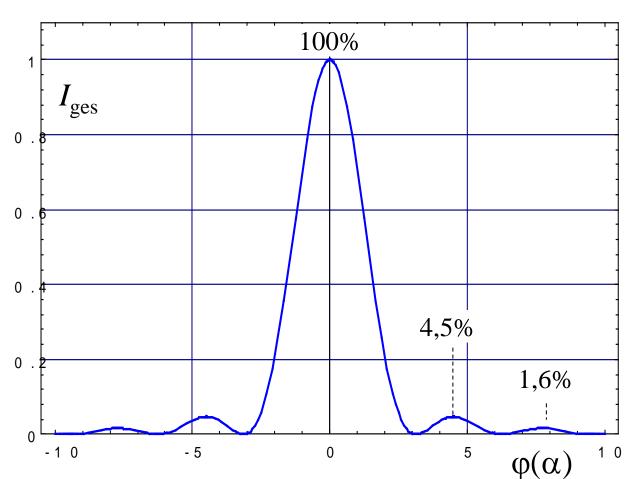
Die Intensität der Strahlung ist dann:

$$I_{\text{ges}}(\alpha) = E_{\text{ges}} E_{\text{ges}}^* = A^2 \left(\frac{\sin(\varphi(\alpha))}{\varphi(\alpha)} \right)^2$$

Es ergibt sich also:

$$I_{\text{ges}}(\alpha) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{ka}{2}\sin\alpha\right)}{\left(\frac{ka}{2}\sin\alpha\right)^2}$$





Die Intensität hat Minima bei $(\phi \neq 0)$:

$$\sin \varphi = 0 \implies \varphi_{\min} = \frac{1}{2} k \, a \sin \alpha = n \, \pi$$

$$n \in \square$$

$$\varphi_{\min} = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \alpha = n \pi$$

Man hat also Minima, wenn:

$$n\lambda = a \sin \alpha$$

Maxima liegen vor, wenn:

$$\sin^2 \varphi = 1$$

also
$$\varphi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \cdots$$

$$\left(n - \frac{1}{2}\right)\pi = \frac{1}{2}ka\sin\alpha$$

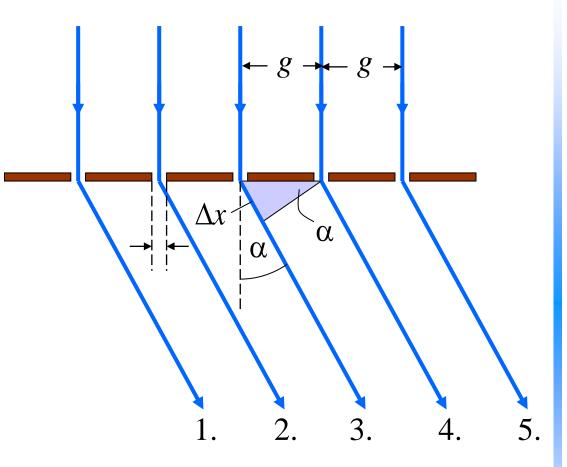
$$= \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \alpha$$

Daraus folgt für die Minima:

$$\left(n - \frac{1}{2}\right)\lambda = a\sin\alpha$$



Begung am Gitter



Der Wegunterschied zwischen dem n-ten und (n+1)-ten Strahl ist:

$$\Delta x = g \sin \alpha$$

Hauptmaxima liegen vor, wenn

$$g \sin \alpha = n \lambda$$
 $(n = 0, 1, 2, ...)$

Dabei ist *n* die Ordnung der Interferenz.

Analog zur Rechnung am Einzelspalt folgt für die Intensität:

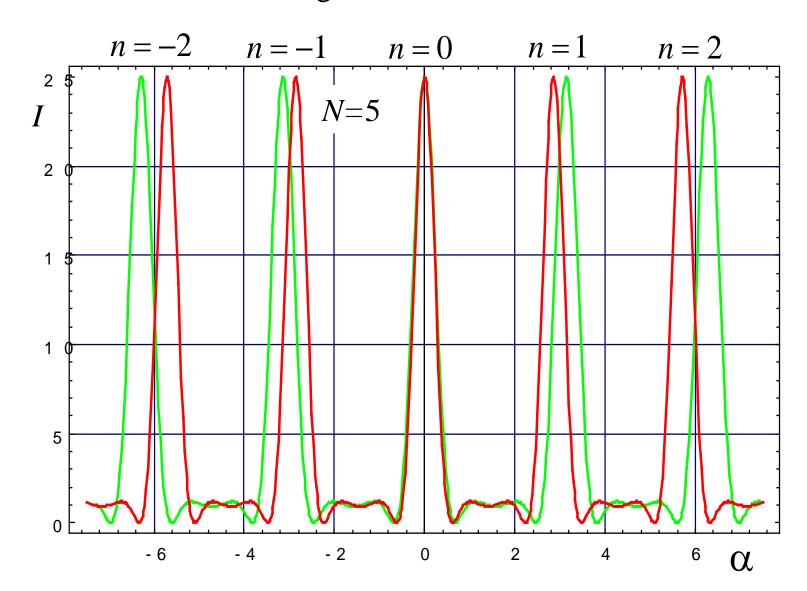
$$I_{\text{ges}} = I_0 \frac{\sin^2 \varphi}{\varphi^2} \cdot \frac{\sin^2 (N \Psi)}{\sin^2 \Psi}$$
Beugung am
Einzelspalt
Beugung an
N Spalten

Hierbei sind: $\varphi(\alpha) = \frac{1}{2} ka \sin \alpha$

$$\Psi(\alpha) = \frac{1}{2} kg \sin \alpha$$

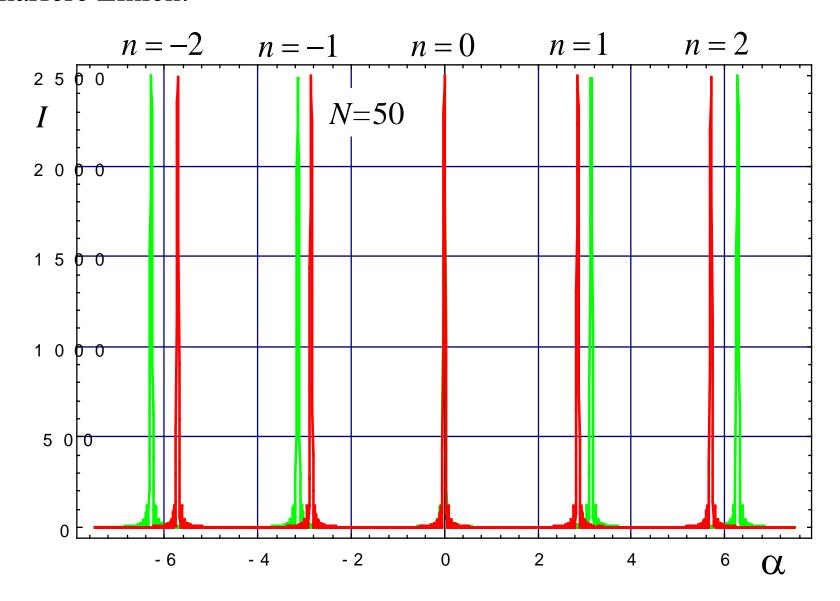


Intensitätsverteilung hinter dem Gitter mit N = 5 Spalten für zwei unterschiedliche Wellenlängen:



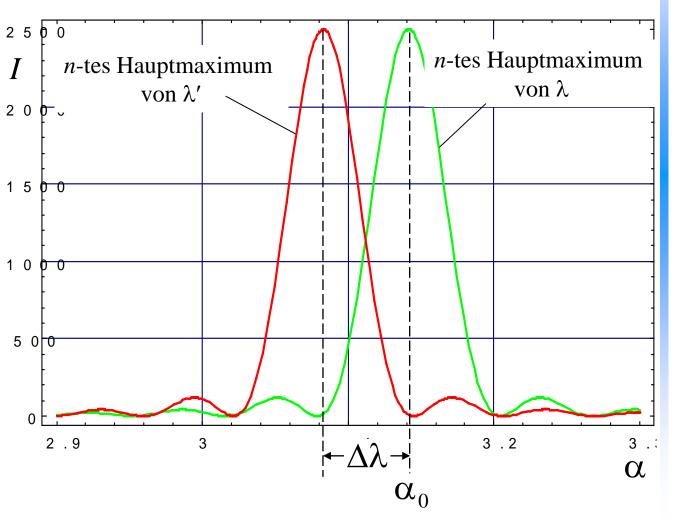


Bei Verwendung eines Gitters mit N = 50 Spalten erhält man wesentlich schärfere Linien:





Zwei Linien werden dann als getrennt erkannt, wenn das n-te Hauptmaximum von λ' in das erste (Neben)Mimimum von λ fällt.



Hauptmaximum n von λ :

$$\sin \alpha_0 = \frac{n}{g} \lambda$$

1. Minimum von λ' :

$$\sin \alpha_0 = \frac{1}{g} \left(n + \frac{1}{N} \right) \lambda'$$

Daraus folgt:

$$n \lambda = \left(n + \frac{1}{N}\right) \lambda'$$

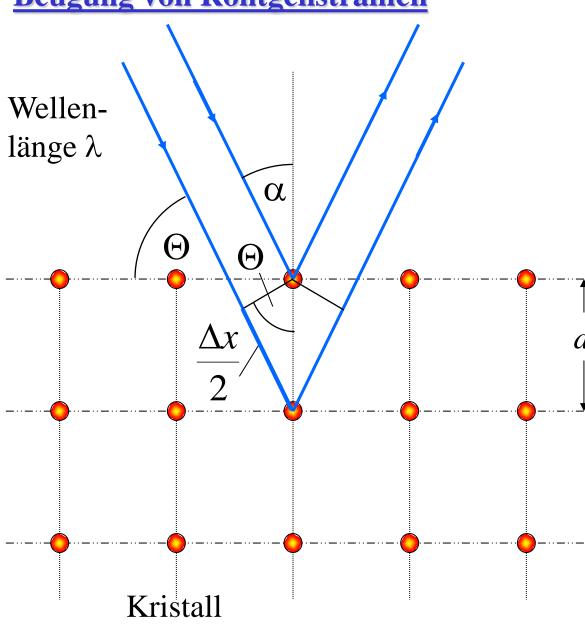
$$n\left(\underbrace{\lambda - \lambda'}_{= \Lambda\lambda}\right) = \frac{1}{N}\lambda'$$

Die Auflösung ist dann:

$$A = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = n N$$



Beugung von Röntgenstrahlen



Es gilt offensichtlich:

$$\frac{\Delta x}{2} = d\sin\Theta$$

Damit folgt für die Maxima der Röntgenstrahlung die sog.

Bragg-Gleichung:

$$\Delta x = N\lambda \Rightarrow 2d\sin\Theta = N\lambda$$

Messung

ist bekannt

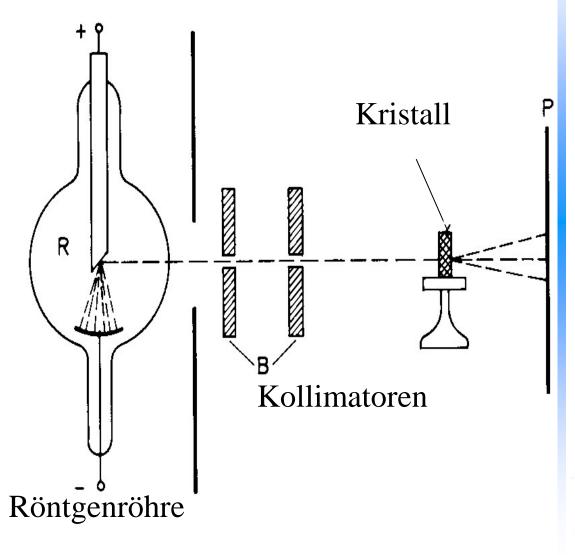
Die Röntgenwellenlängen sind sehr kurz:

$$\lambda_{\rm R} \approx 10^{-9} - 10^{-10} \,\rm m$$

Durch Messung des Winkels Θ kann die Gitterkonstante d von Kristallen bestimmt werden.



Prinzipieller Aufbau eines Streuexperiments mit Röntgenstrahlung:



Laue-Diagramme von Zinkblende

