

Inhalt der Vorlesung – Teil 2

3. Elektrizitätslehre, Elektrodynamik

Einleitung

Elektrostatik

Elektrischer Strom

Magnetostatik

Zeitlich veränderliche Felder - Elektrodynamik

Wechselstromnetzwerke

Die Maxwell'schen Gleichungen

Elektromagnetische Wellen & Strahlung

4. Optik

Licht als elektromagnetische Welle

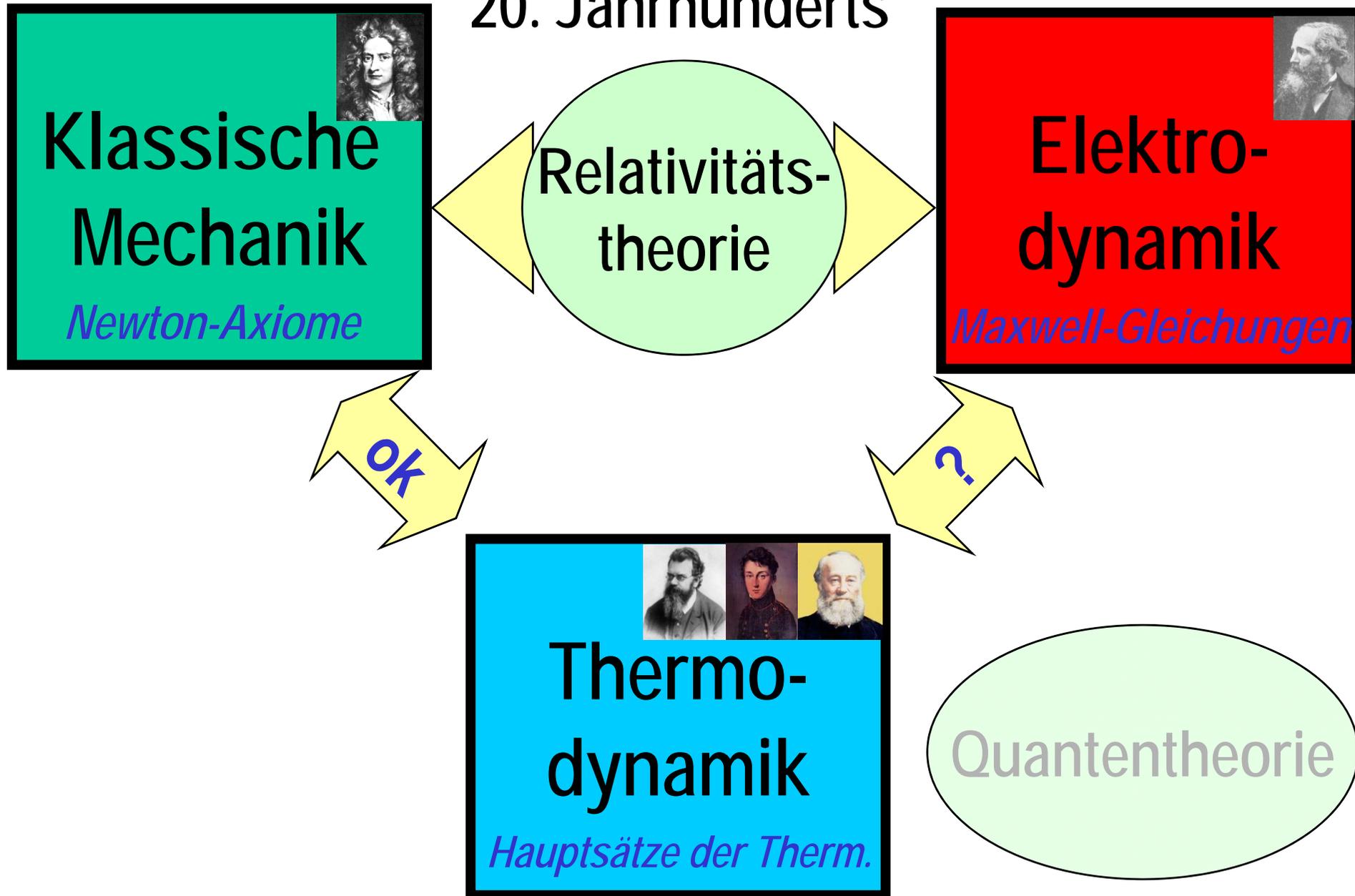
Geometrische Optik

Optische Abbildungen

Wellenoptik



Der Stand der Physik am Beginn des 20. Jahrhunderts

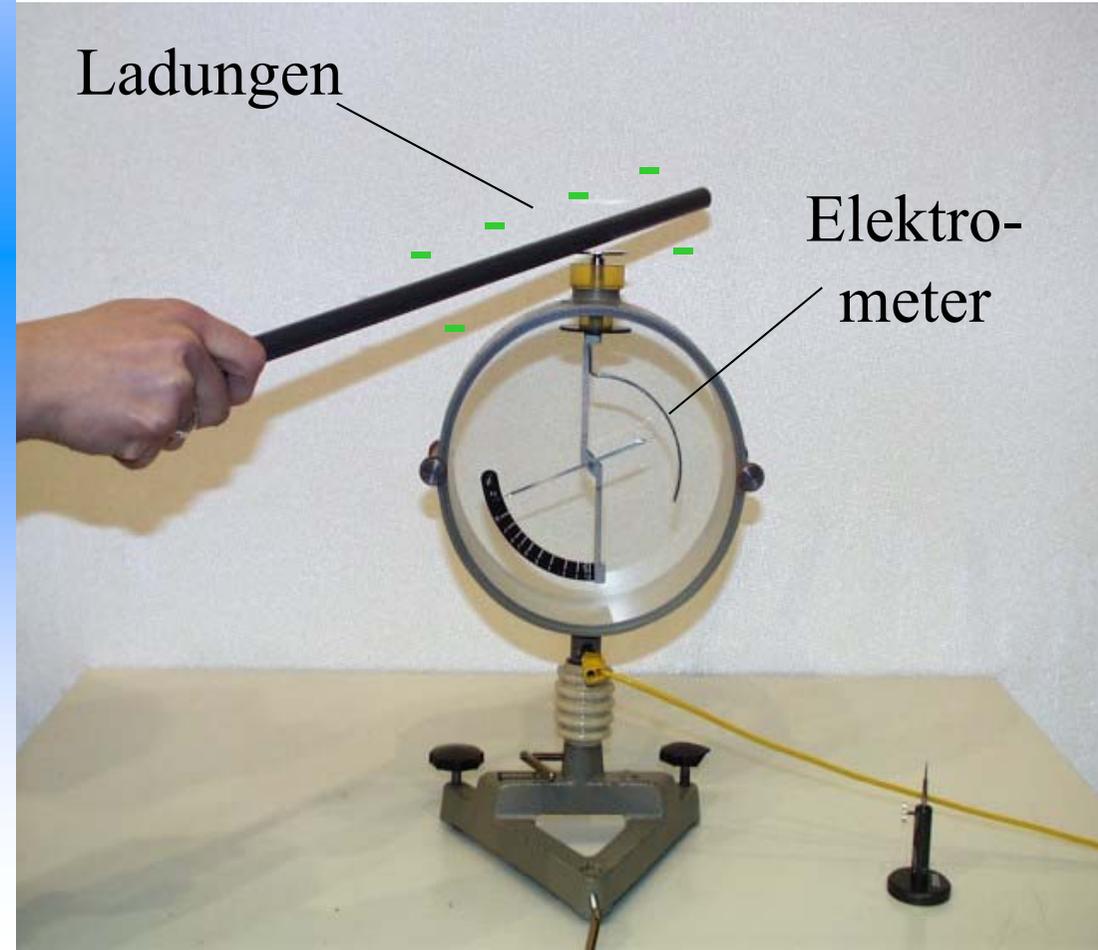
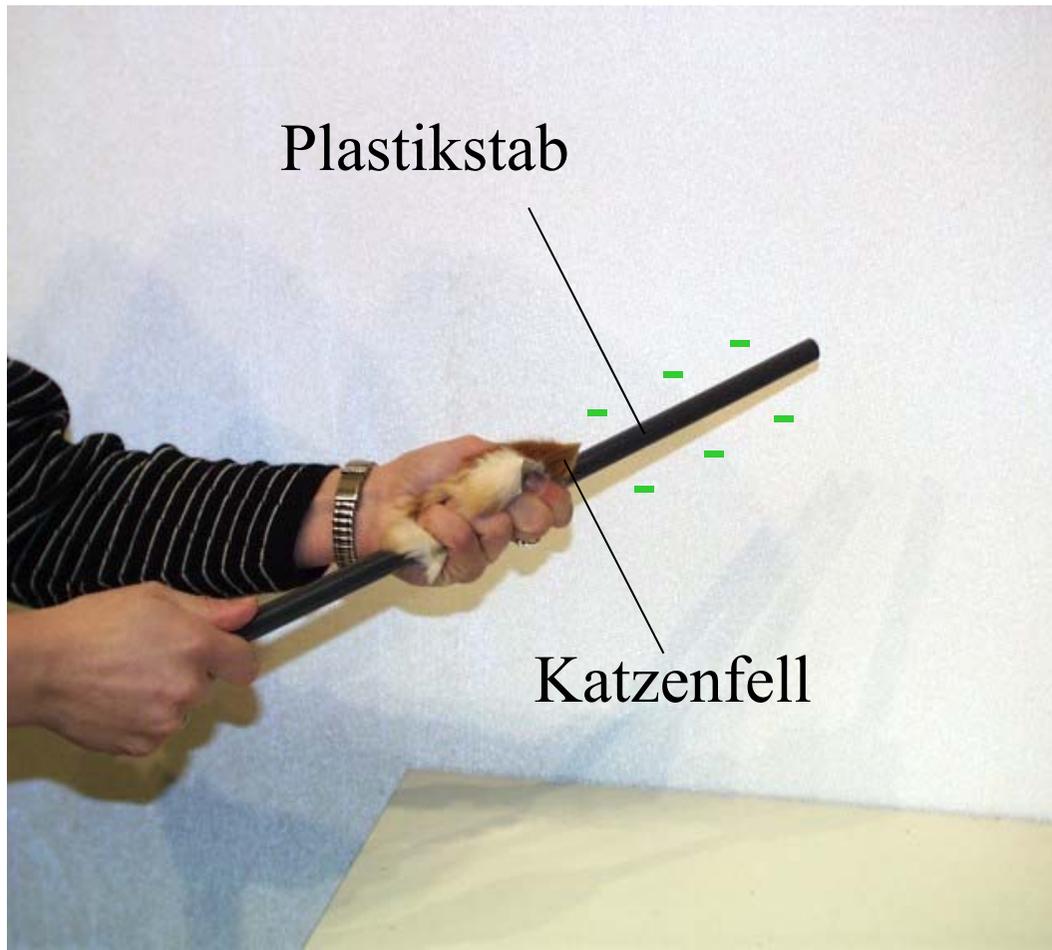




Ladungen & Elektrostatische Felder

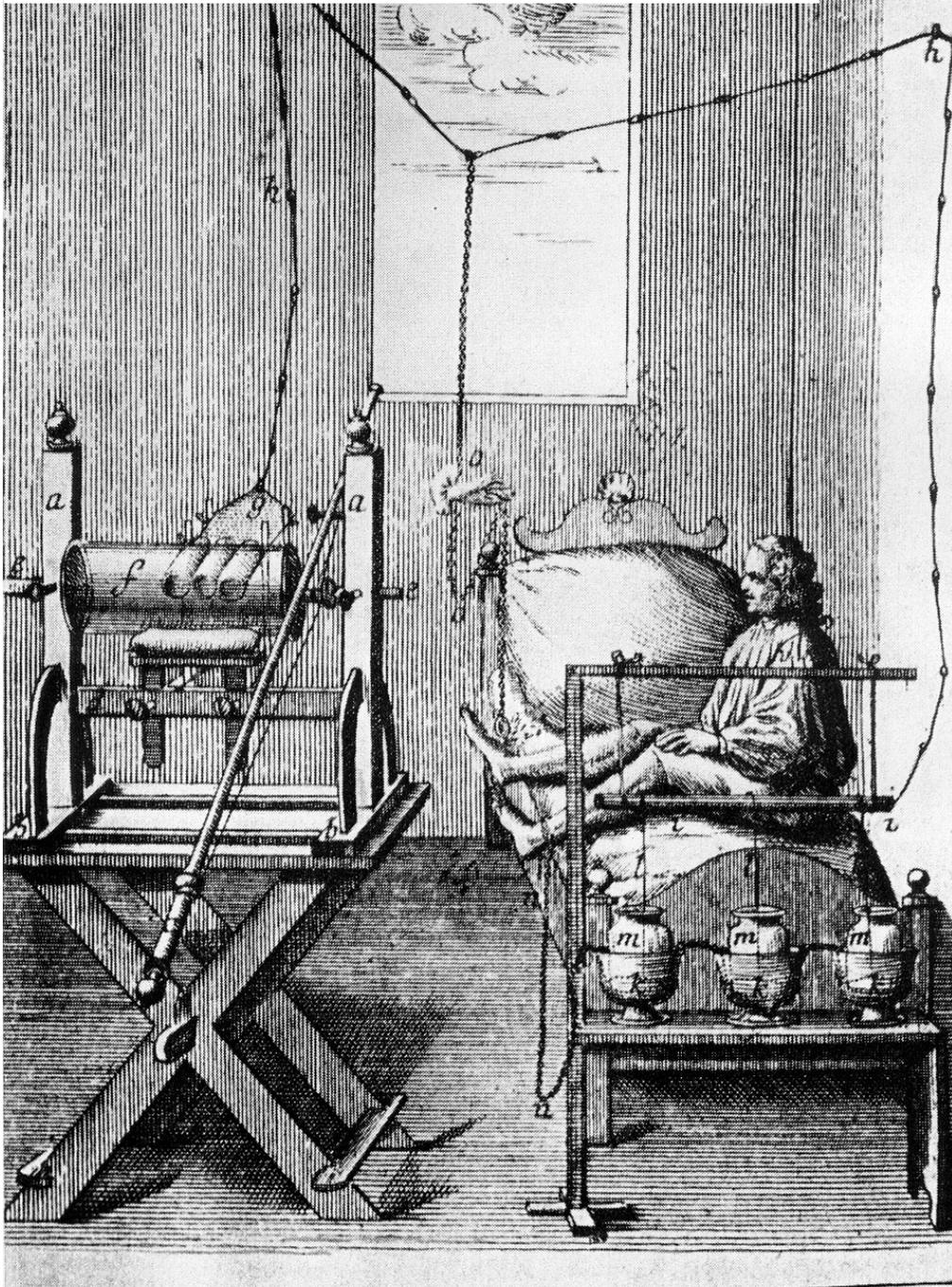
Wenn man einen Plastikstab mit einem Katzenfell reibt, lädt er sich elektrisch auf. Er zieht dann beispielsweise kleine Papierstücke an. Berührt man mit dem Stab einen

Metallkörper, dann fließen die Ladungen vom Stab in das Metall ab und laden es auf (Elektrometer). Diesen Vorgang kann man wiederholen und dadurch die Ladungen vermehren.



„Medizinische Anwendungen“

Der „elektrische Kuß“



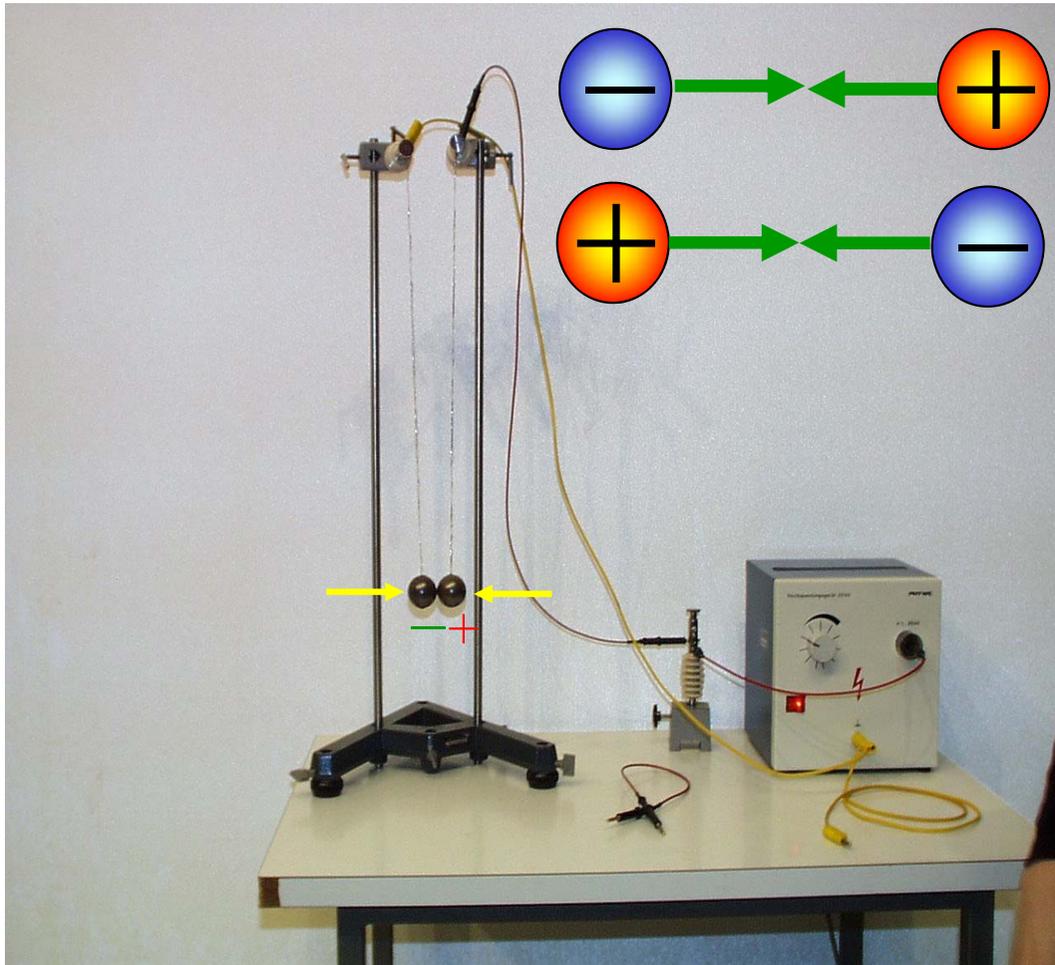
Medicina sine Medicamento.



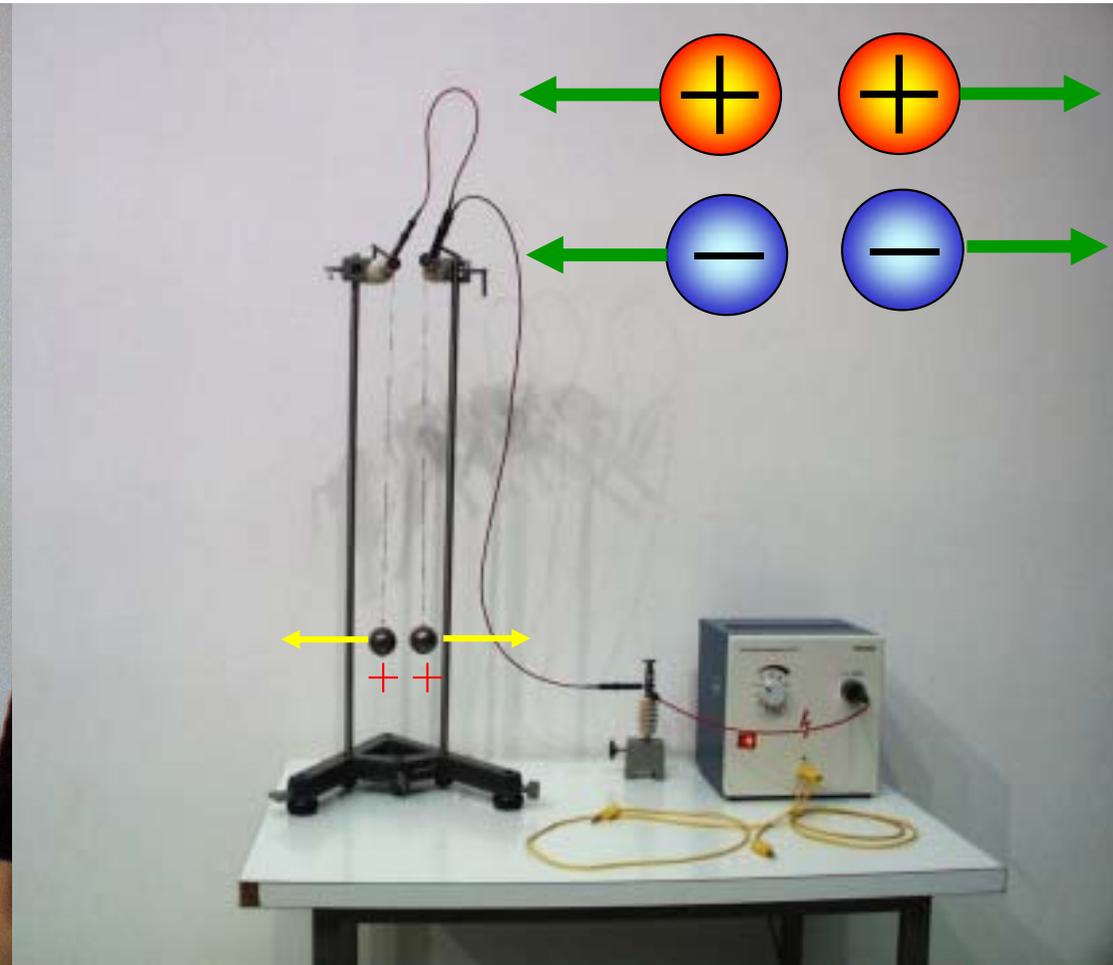
Die elektrische Ladung

Versuch 1: Positive und negative Ladungen

Ladungen üben anziehende oder abstoßende Kräfte aufeinander aus.



Anziehung ungleicher Ladungen



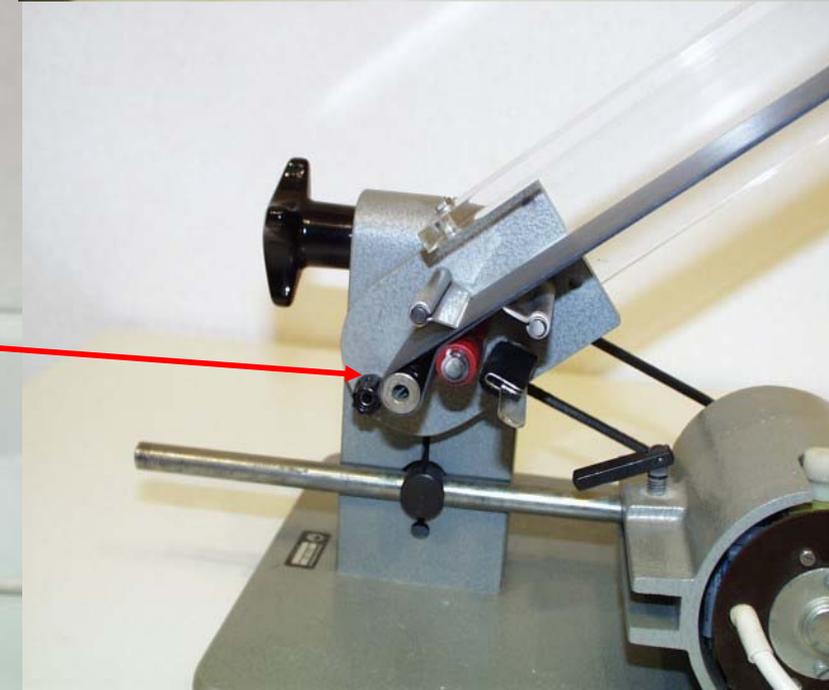
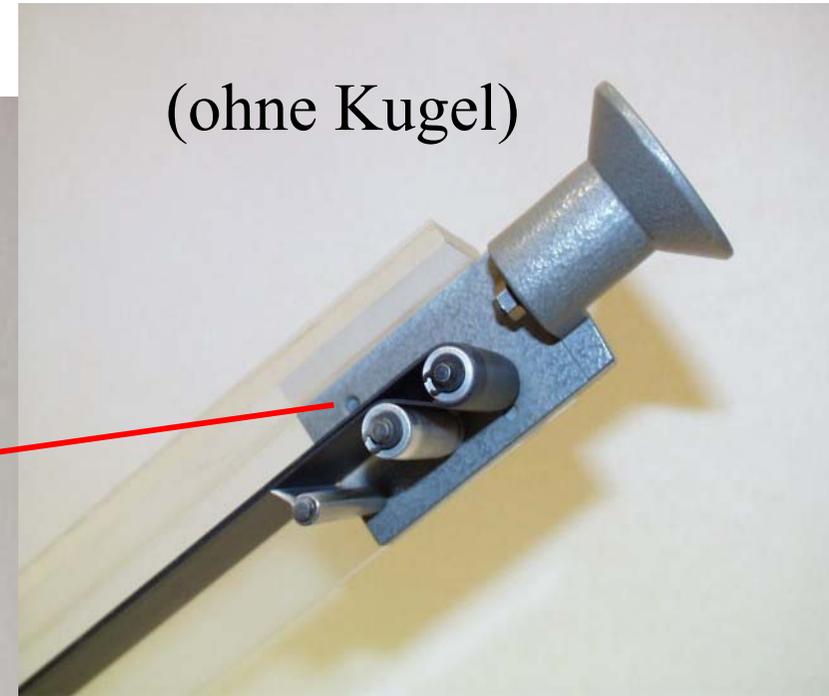
Abstoßung gleicher Ladungen

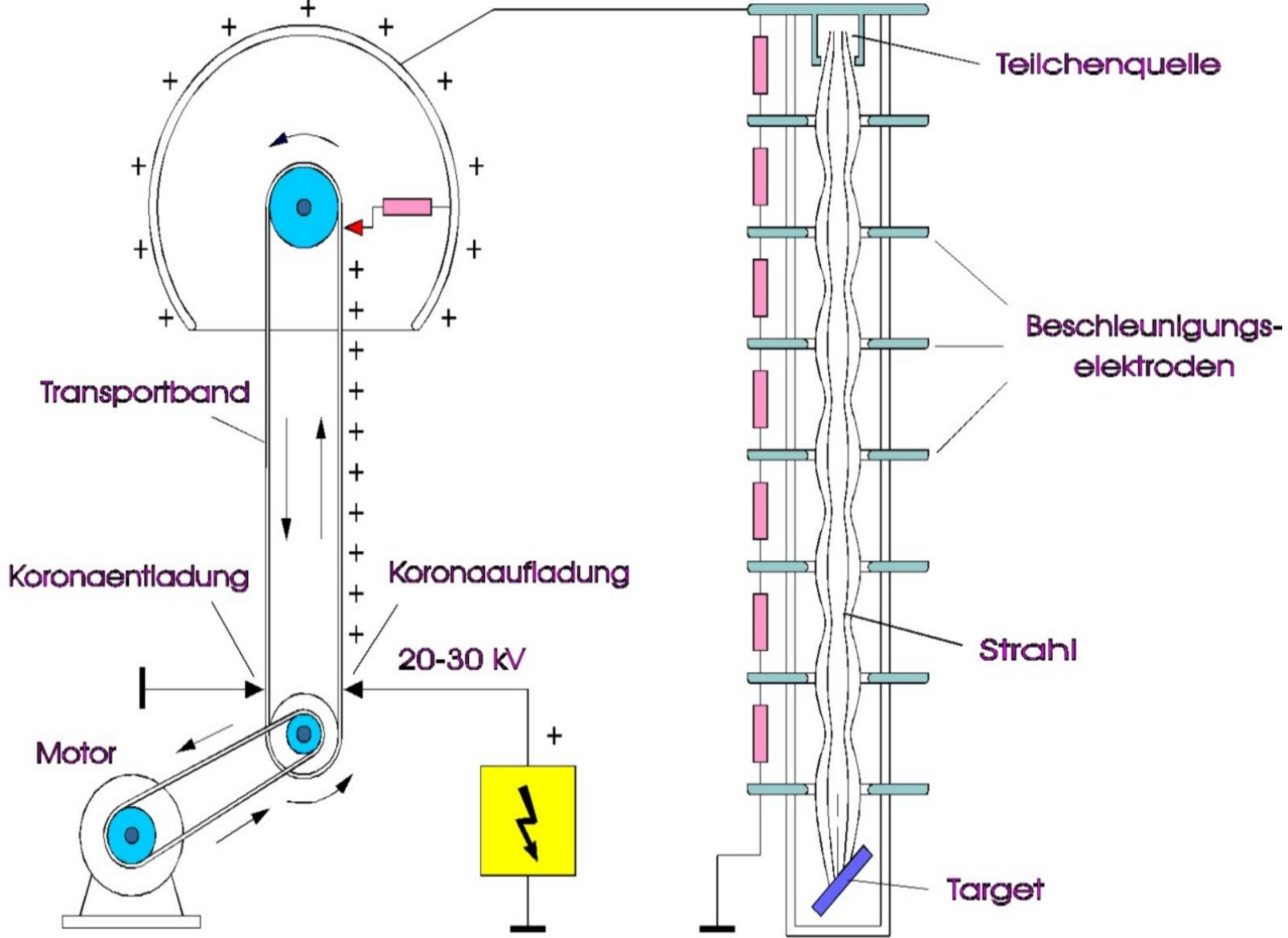


Versuch 2: Hochpannungserzeugung mit dem Bandgenerator nach van de Graaff



(ohne Kugel)







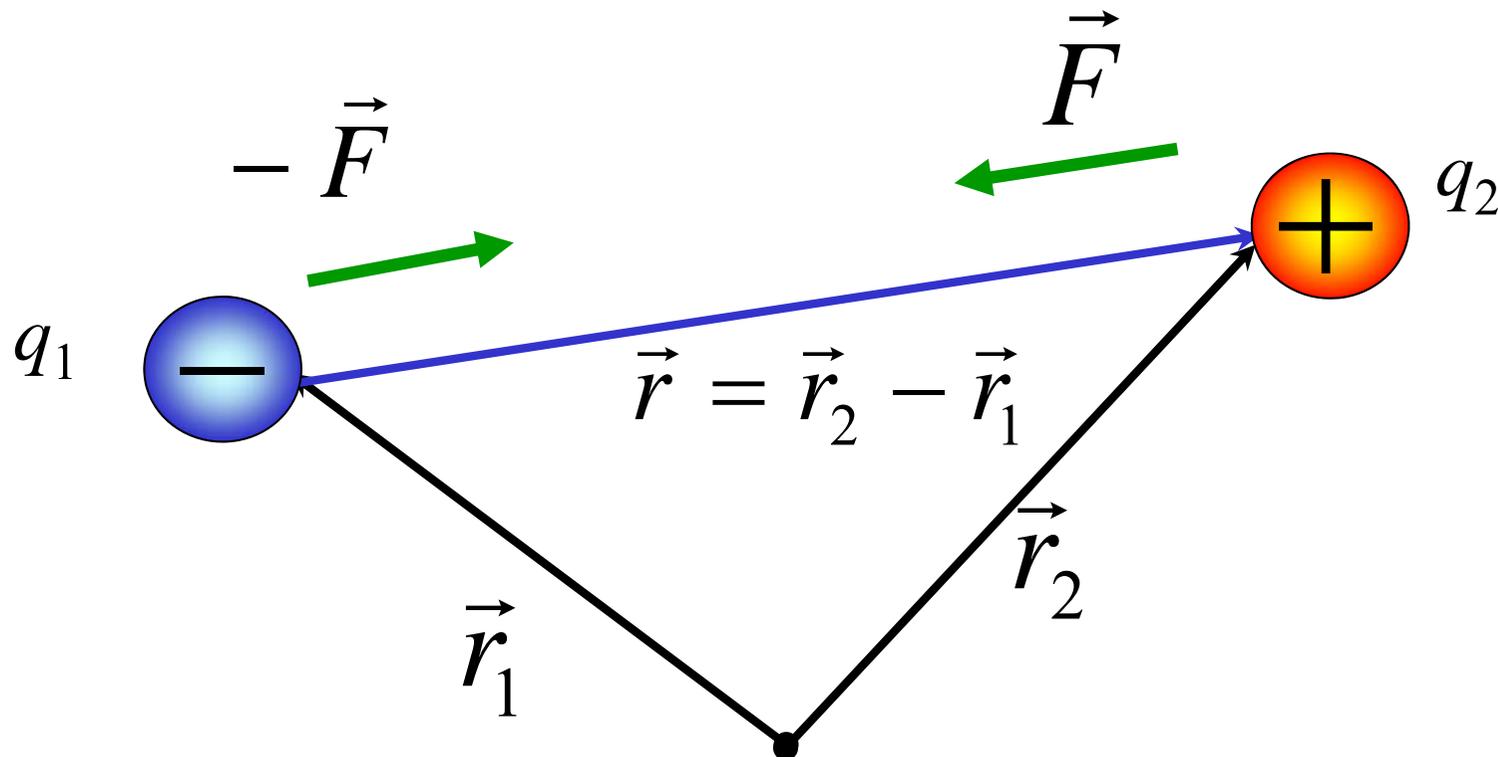


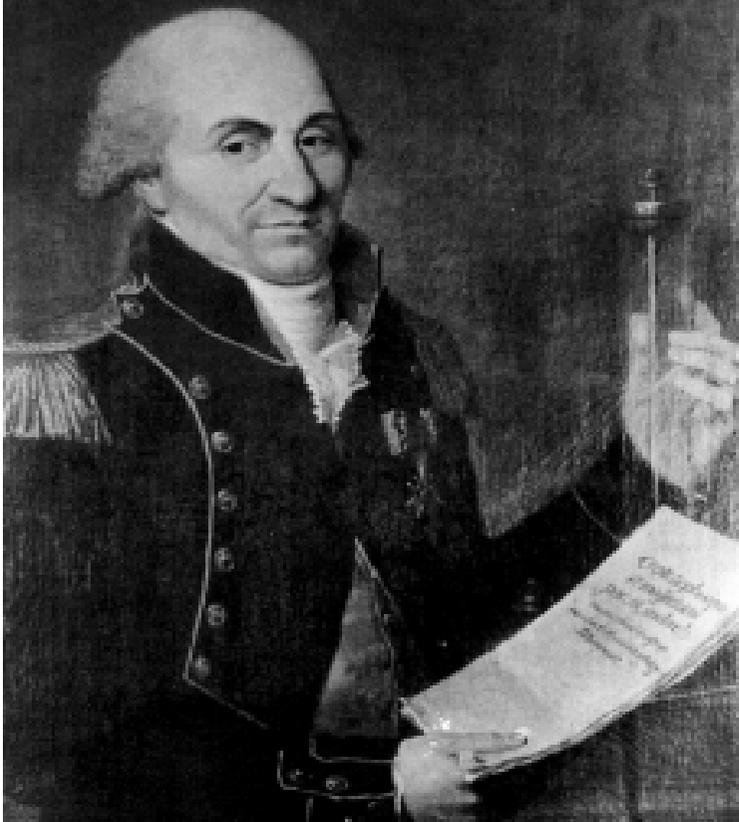
Die elektrische Ladung kann transportiert bzw. übertragen werden.
Die Ladung q hat also eine „Mengeneigenschaft“. Ihre SI-Einheit ist:

$$[q] = 1 \text{ C} = 1 \text{ Coulomb} = 1 \text{ A s}$$

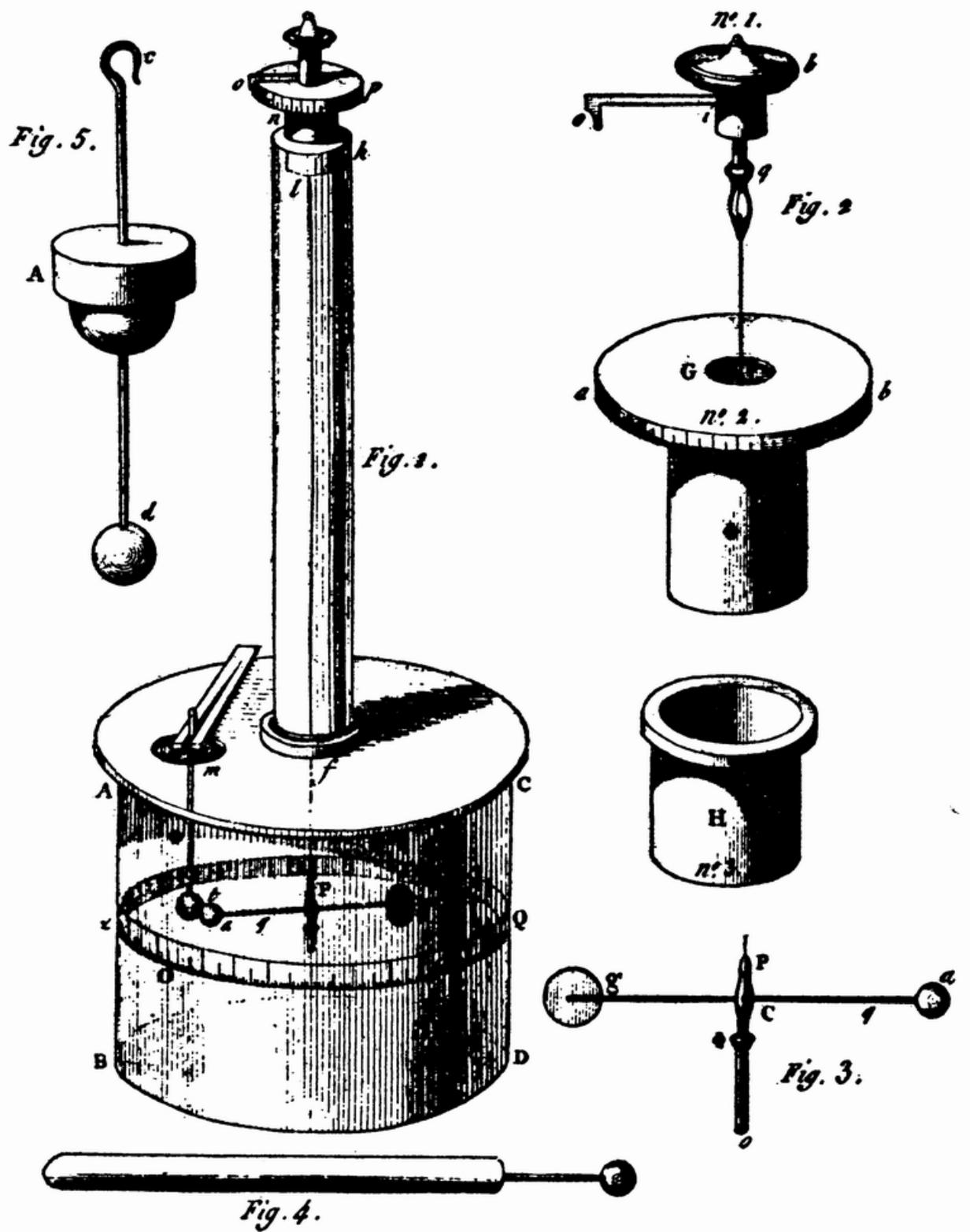
Kräfte zwischen Ladungen: Die Coulomb-Kraft

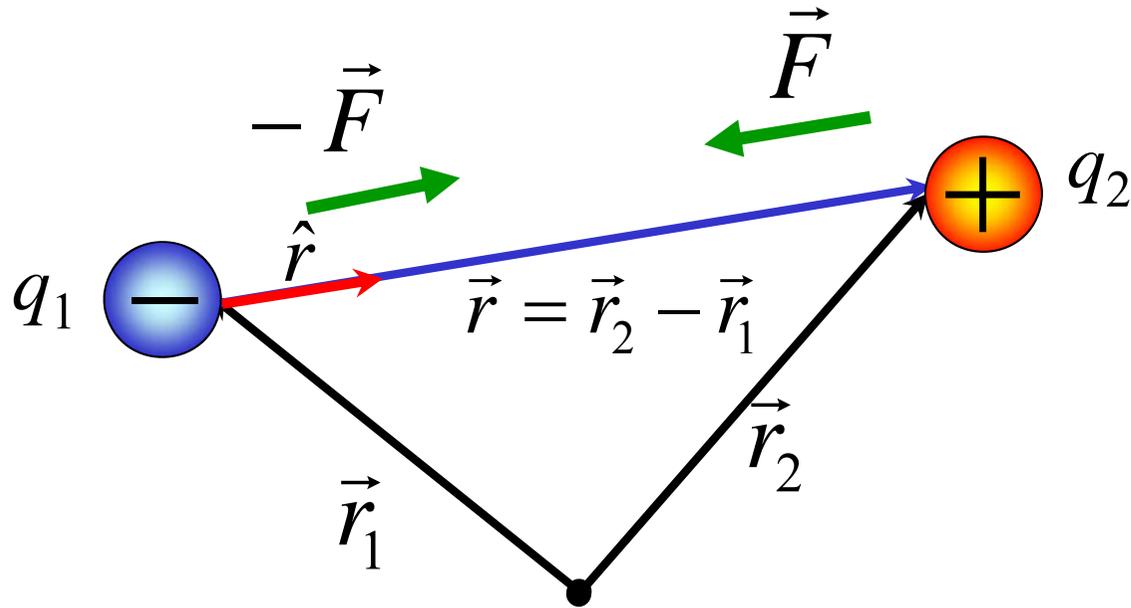
Zwischen den Ladungen wirken Kräfte, die von der Größe der Ladungen und ihrem Abstand abhängen. Die Kraft, die zwei punktförmige Ladungen q_1 und q_2 aufeinander ausüben, soll nun genauer betrachtet werden.





Charles Auguste de Coulomb 1785/1786





Die elektrische Kraft zwischen zwei geladenen Teilchen wird durch das *Coulomb'sche Gesetz* beschrieben:

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

Diese Kraft kann anziehend oder abstoßend sein, je nach Art der Ladung:

$q_1 \cdot q_2 < 0$: anziehend

$q_1 \cdot q_2 > 0$: abstoßend

Maßsysteme:

1. Internationales System: SI

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.988 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

2. Gauß'sches Maßsystem:

$$k = 1$$

In der Vorlesung wird immer das SI-System verwendet, also:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$



Bemerkungen:

- (1) ε_0 ist die Dielektrizitätskonstante des Vakuums. Sie wird auch als elektrische Feldkonstante bezeichnet. Ihr Wert ist :

$$\varepsilon_0 = 8.854188 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A s}}{\text{V m}}$$

- (2) In Materie muß die Formel für die Coulomb- Kraft zweier Ladungen abgeändert werden. Mit der Dielektrizitätskonstante ε des Mediums gilt :

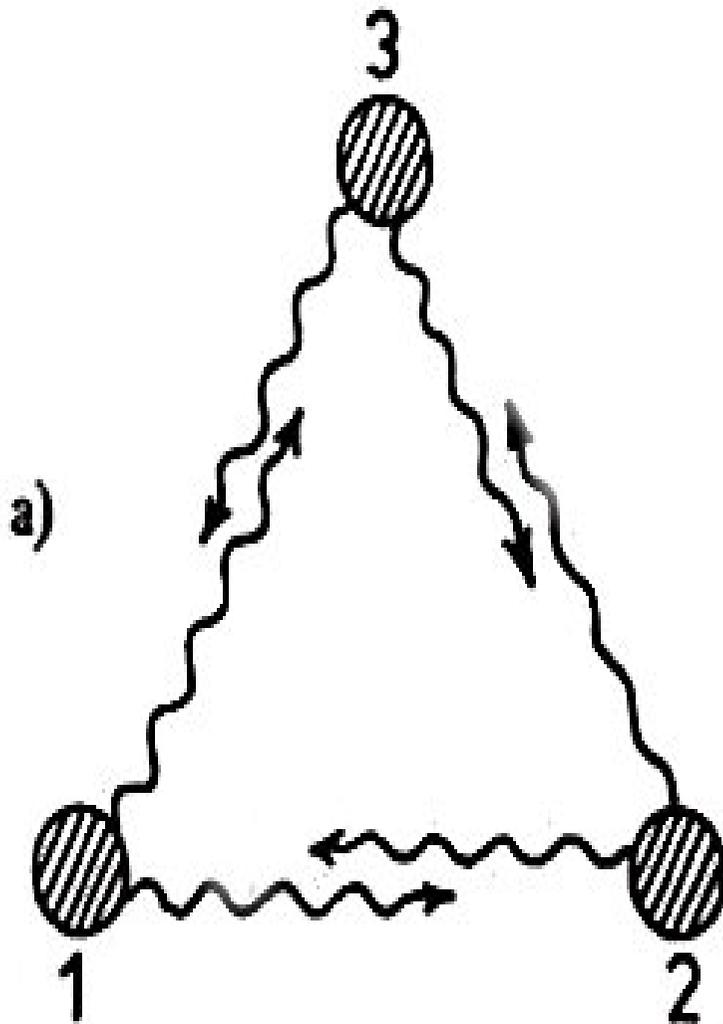
$$\vec{F} = \frac{1}{4 \pi \varepsilon \varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad \text{d.h. } \varepsilon_0 \text{ muß durch das Produkt } \varepsilon \varepsilon_0 \text{ ersetzt werden.}$$

Beispielsweise ist für Wasser $\varepsilon = 81$.

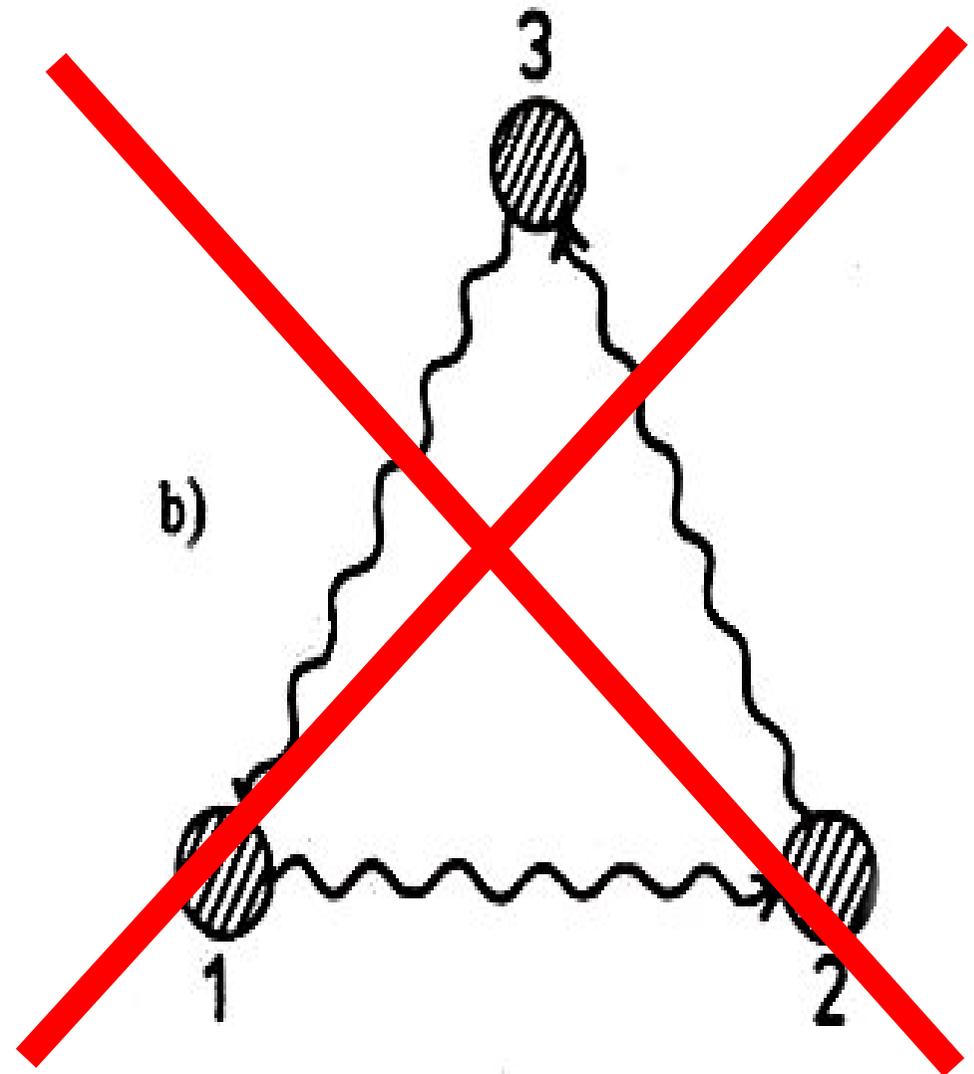
- (3) Die Coulomb-Kraft ist eine sog. „Zweikörperkraft“. Sie kann durch den Austausch „virtueller Teilchen“ (virtueller Photonen) verstanden werden (\Rightarrow Quantenelektrodynamik).



Zweikörper- vs. Dreikörperkraft

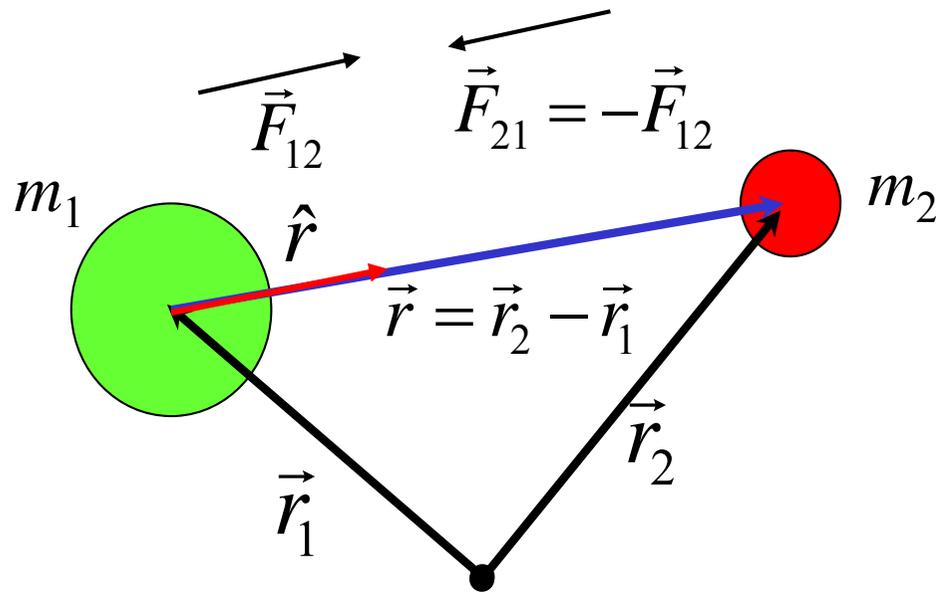


Austausch von Teilchen bei Zweikörperwechselwirkung.



Austausch von Teilchen bei einer Dreikörperkraft.

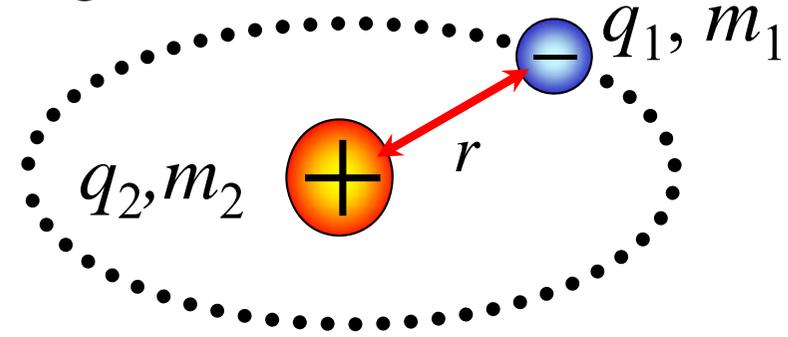
(4) Die Gravitationskraft zwischen zwei Massen hatte dieselbe Form wie das Coulomb'sche Gesetz. Es war:



Im Gegensatz zur Coulomb-Kraft ist diese Kraft immer anziehend.

$$\vec{F}_{12} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \quad \text{mit} \quad \hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$$

Beispiel: Stärke der Coulomb-Kraft verglichen mit der Gravitation:



$$\frac{F_C}{F_G} = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}}{\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 \gamma m_1 m_2}$$

Für ein Elektron mit der Ladung $q_1 = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{C}$, das sich um ein Proton mit der Ladung $q_2 = +1.6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ bewegt, ergibt sich: $F_C / F_G \approx 10^{40}$
 \Rightarrow Die Coulomb-Kraft ist in der Regel viel stärker als die Gravitation.

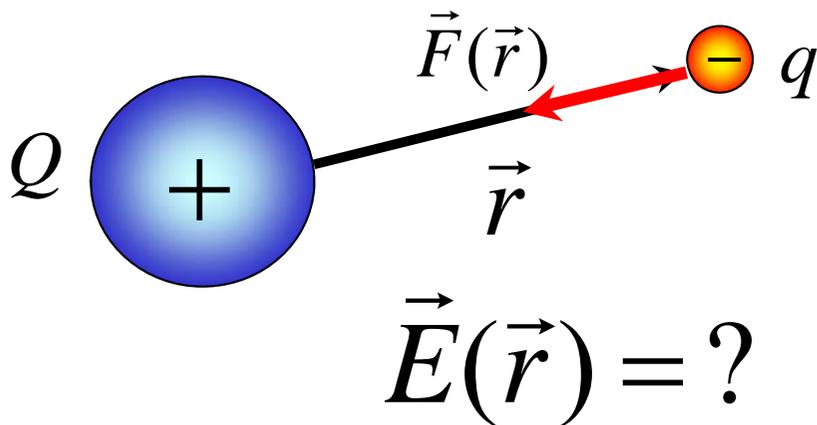


Das elektrische Feld

Das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ ist durch seine Kraftwirkung auf eine („Probe“) Ladung q definiert. Es gilt:

$$\vec{F}(\vec{r}) = q \vec{E}(\vec{r})$$

Beispiel: Elektrisches Feld einer Punktladung Q .



Für die Coulomb-Kraft gilt:

$$\vec{F}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

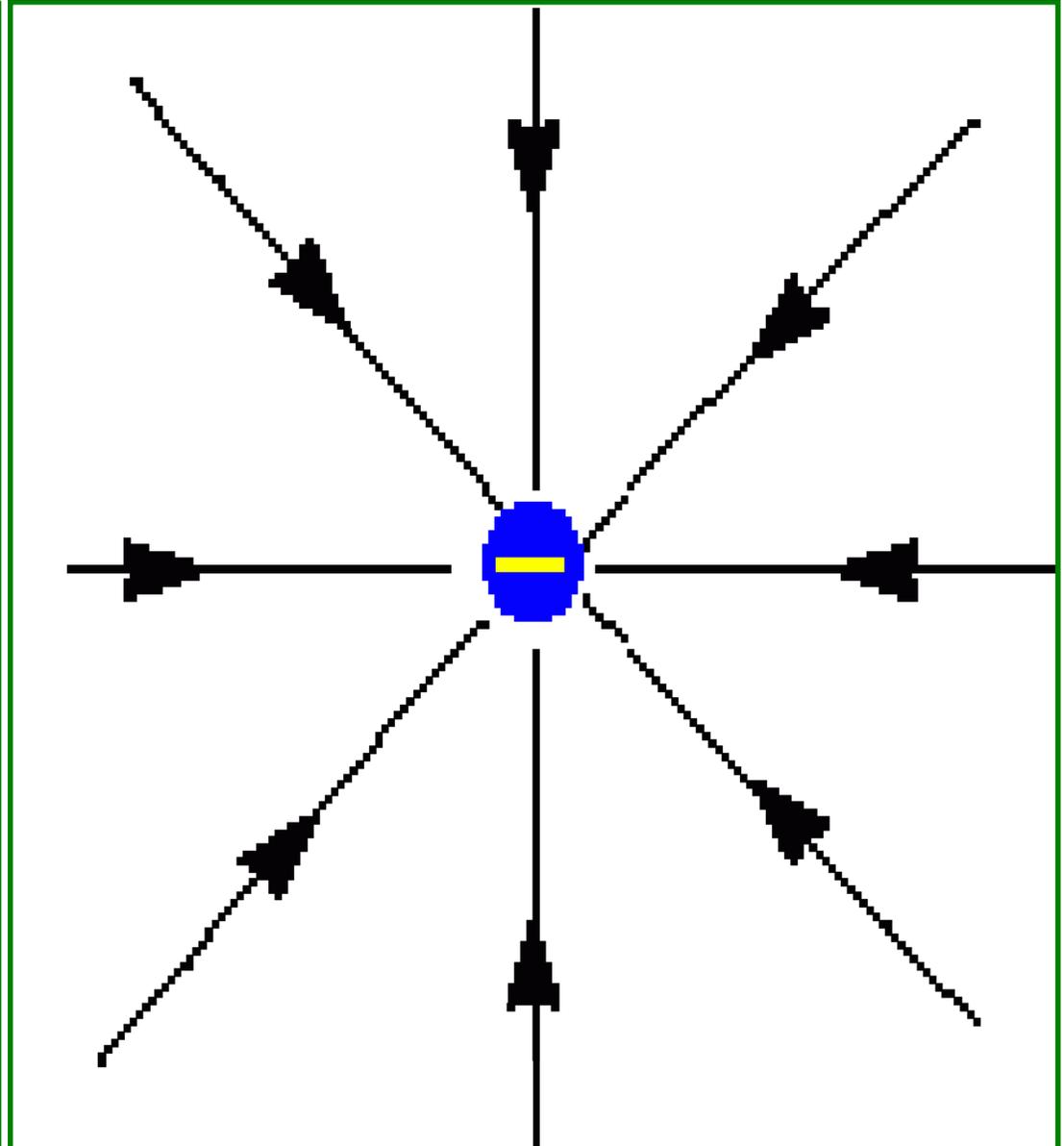
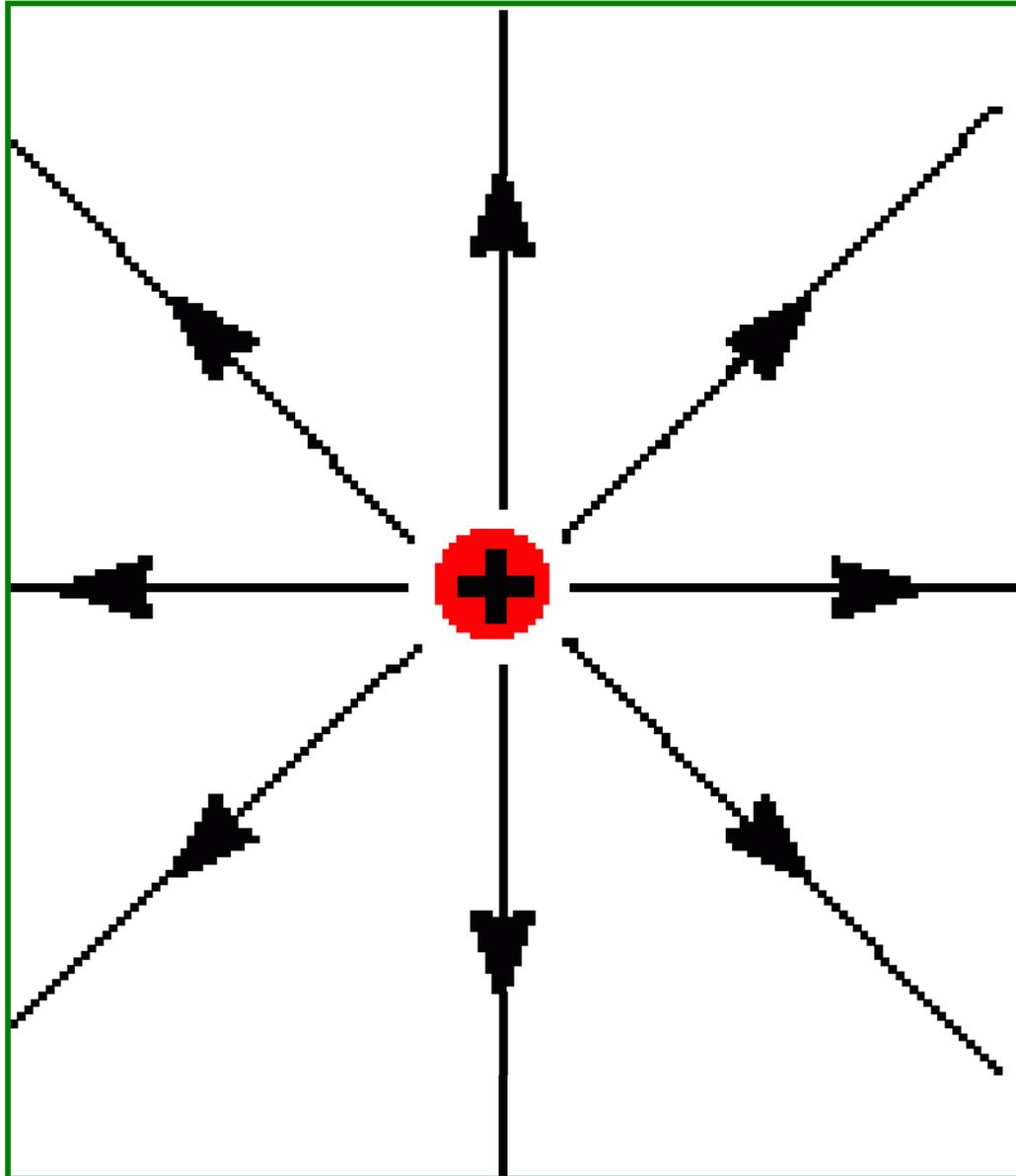
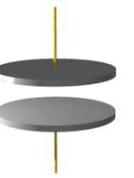
Dies läßt sich anders schreiben:

$$\begin{aligned} \vec{F}(\vec{r}) &= q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \\ &= q \vec{E}(\vec{r}) \end{aligned}$$

Damit ist das elektrische Feld einer Punktladung Q :

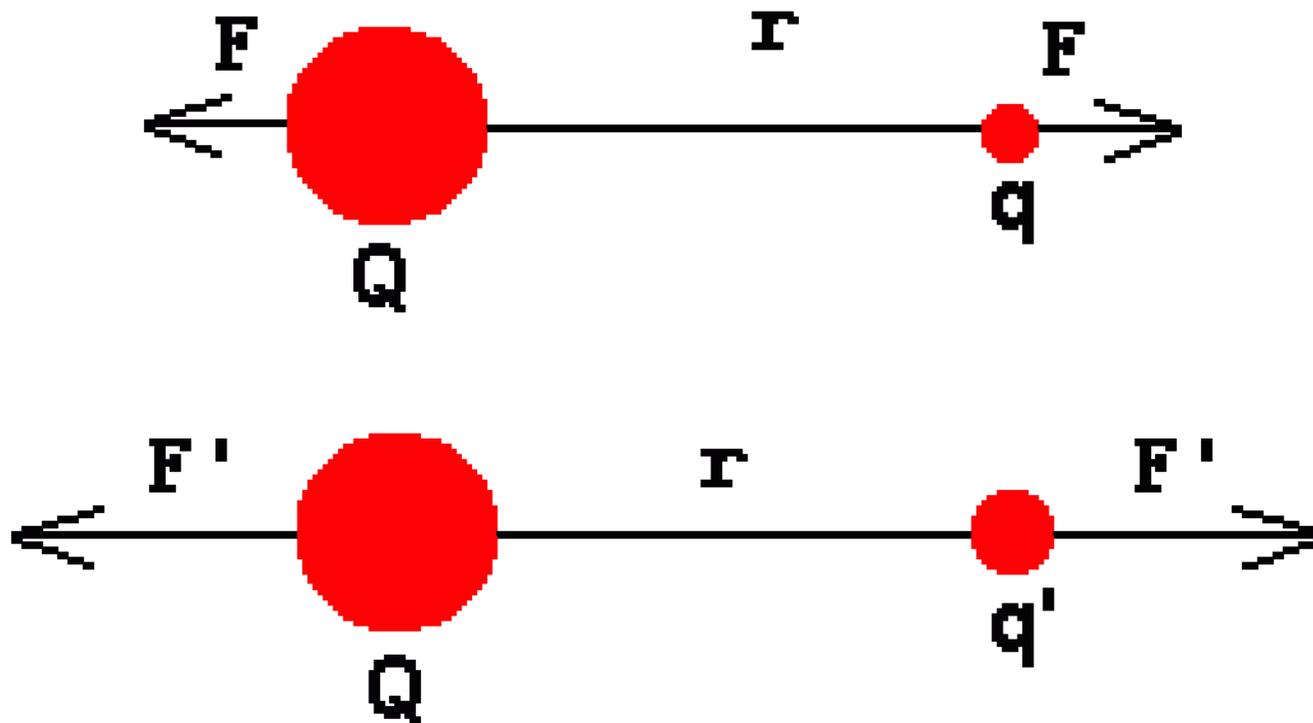
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

Für eine positive Ladung zeigt der Feldvektor radial nach außen, bei einer negativen Ladung radial nach innen.

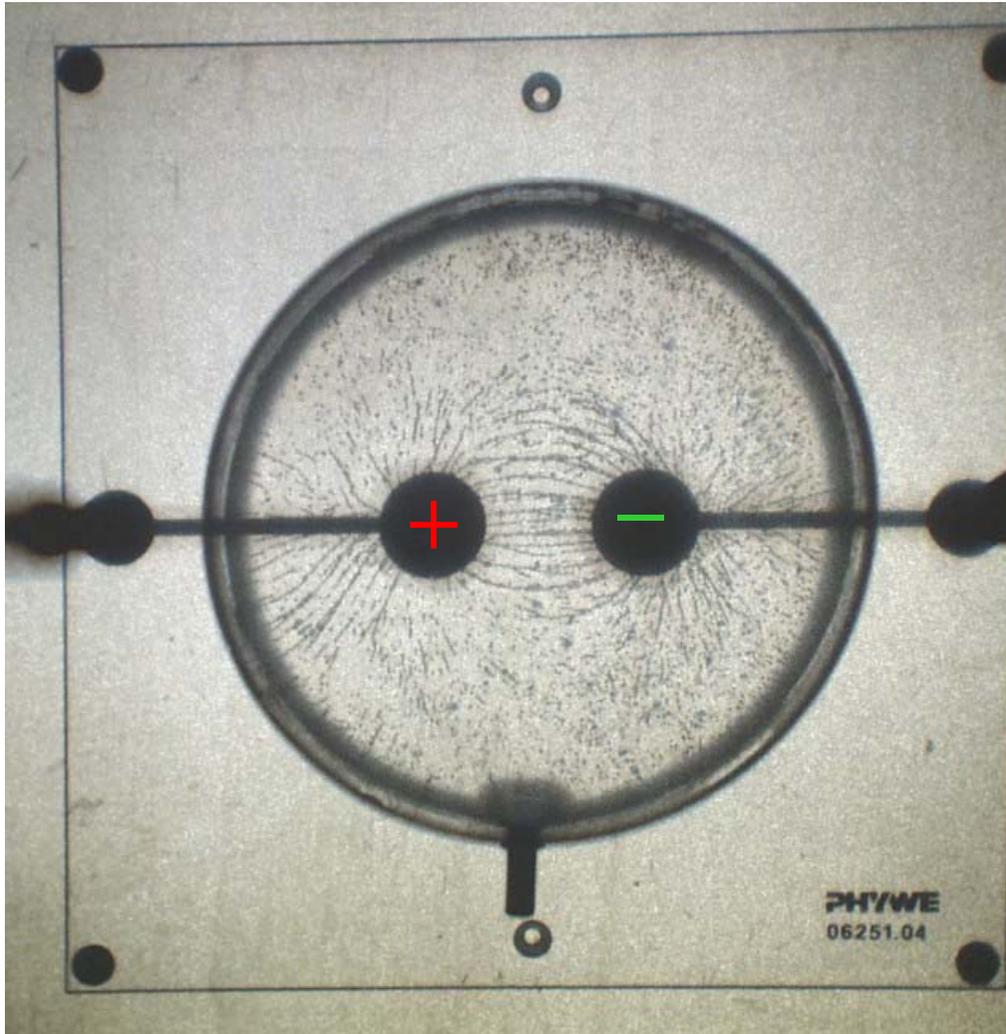
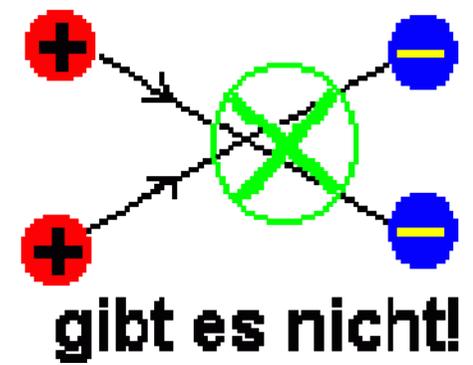




Das Elektrische Feld kann mit „Probeladungen“ ausgemessen werden.
In jedem Punkt im Raum wird der Quotient aus der Probeladung und der wirkenden Kraft bestimmt \Rightarrow „Feldlinien“



$$\frac{F}{q} = \frac{F'}{q'} = \text{konstant für einen Punkt im Raum}$$

Versuch 3: Elektrische Felder

Ladungen mit
ungleichem Vorzeichen

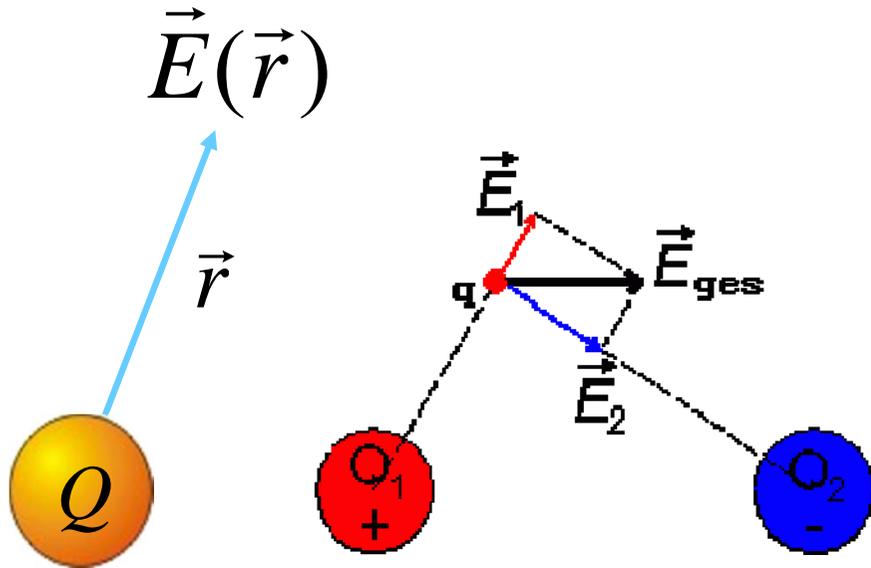


Ladungen mit
gleichem Vorzeichen

Tabelle 18.1 In der Natur und in unserer technischen Umgebung vorkommende elektrische Felder

	$E/N \cdot C^{-1}$
Stromleitungen von Wohnhäusern	10^{-2}
Radiowellen	10^{-1}
In der Atmosphäre	10^2
Sonnenlicht	10^3
Unter einer Gewitterwolke	10^4
In einem Blitz	10^4
In einer Röntgenröhre	10^6
Am Ort des Elektrons eines Wasserstoffatoms	$6 \cdot 10^{11}$
Auf der Oberfläche eines Urankernes	$2 \cdot 10^{21}$

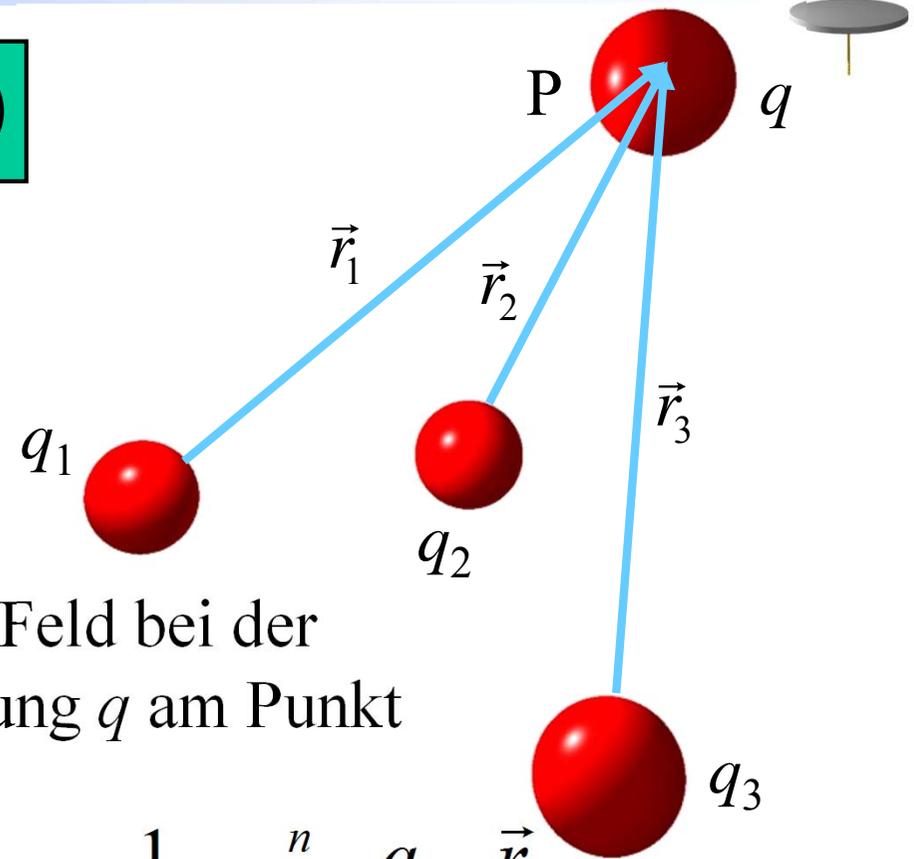
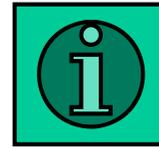
Das Superpositionsprinzip



Eine einzelne Ladung Q erzeugt im Abstand r das elektrische Feld:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

Wie groß ist das Feld in einem Punkt P, wenn mehrere Ladungen in der Nähe sind?



Das Feld bei der Ladung q am Punkt P ist

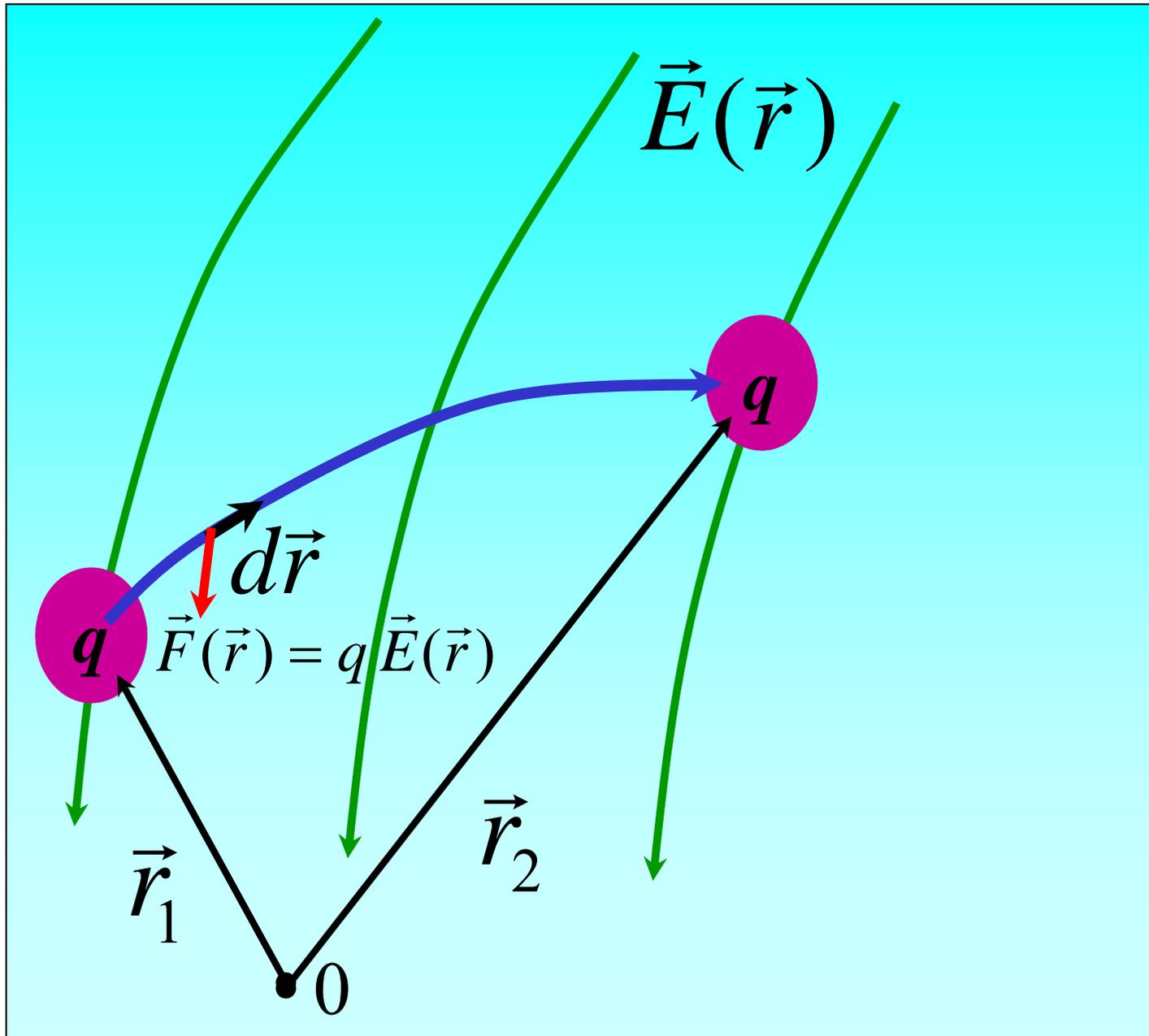
$$\vec{E}_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{|\vec{r}_i|^2} \frac{\vec{r}_i}{|\vec{r}_i|}$$

und die Kraft auf q : $\vec{F} = q \vec{E}_P$

Das resultierende Feld und die Kraft lassen sich durch eine Überlagerung der Einzelfelder bestimmen.



Arbeit im elektrischen Feld: Die elektrische Spannung



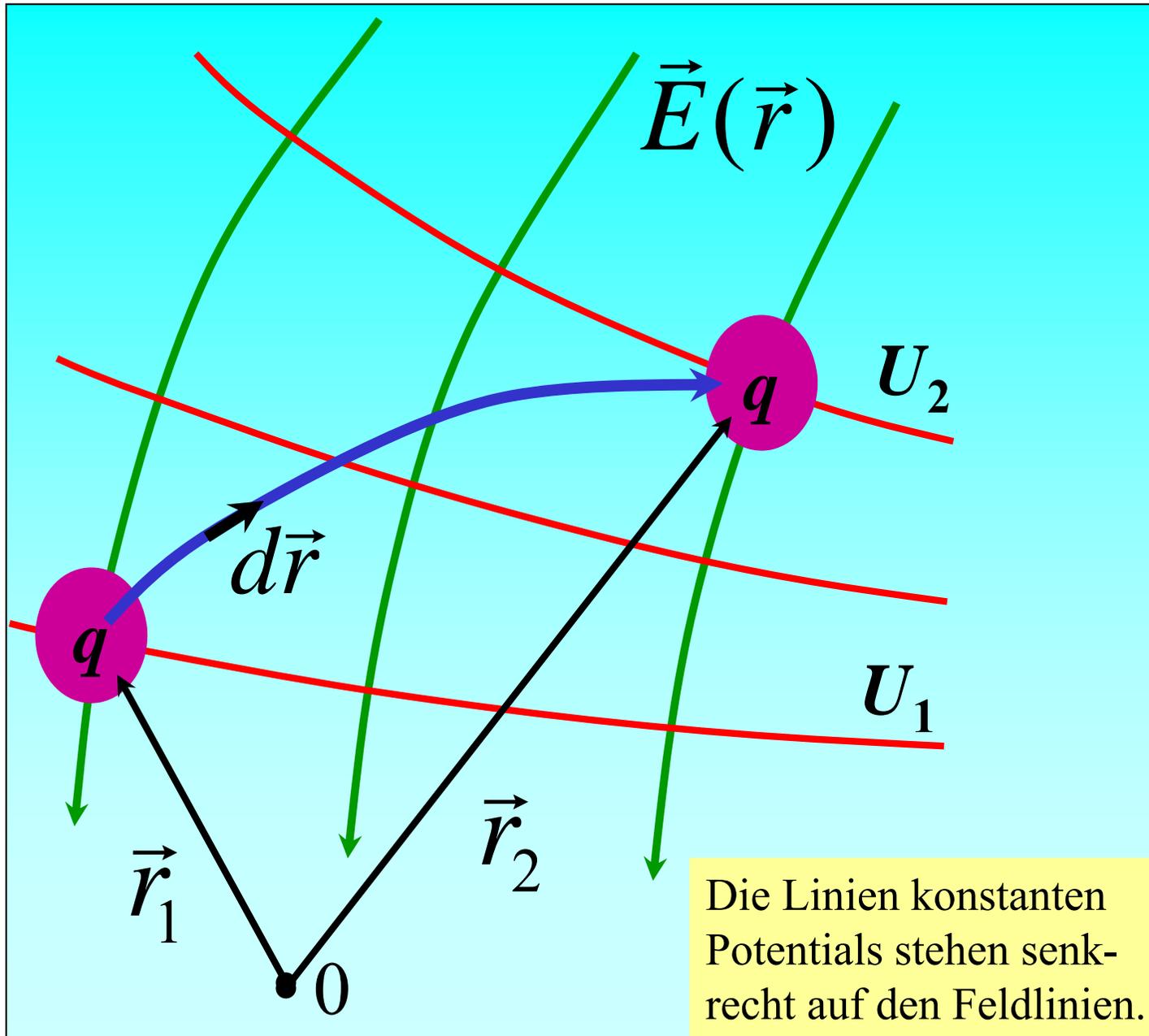
Eine Ladung q befindet sich in einem elektrischen Feld $\vec{E}(\vec{r})$ und soll von \vec{r}_1 nach \vec{r}_2 verschoben werden.

Dafür ist die Arbeit

$$W = - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

$$= -q \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

notwendig. Das ist wieder ein Wegintegral.



Der Ausdruck

$$-\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = U_2 - U_1$$

wird als Potentialdifferenz oder *elektrische Spannung* U zwischen den beiden Punkten \vec{r}_1 und \vec{r}_2 bezeichnet.

Die SI-Einheiten der Spannung und des elektrischen Feldes sind:

$$[U] = 1 \text{ V} = 1 \text{ Volt}$$

$$[\vec{E}] = 1 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$



Für die Arbeit W im elektrostatischen Feld gilt also:

$$W = -q \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = q(U_2 - U_1)$$

Sie ist vom Weg zwischen \vec{r}_1 und \vec{r}_2 unabhängig. Daher ist das elektrostatische Feld ein *konservatives Kraftfeld*. Umgekehrt kann man damit das elektrische Feld als Gradient eines Skalarfeldes U darstellen, d.h. als Gradient der Spannung U :

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} U(\vec{r}) = - \begin{pmatrix} \frac{\partial U}{\partial x} \\ \frac{\partial U}{\partial y} \\ \frac{\partial U}{\partial z} \end{pmatrix}$$

Beispiel 1: Potential einer Punktladung. Das elektrische Feld einer Punktladung

$$Q \text{ ist } \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

mit:

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Beispielsweise ergibt sich damit als Bestimmungsgleichung für U :

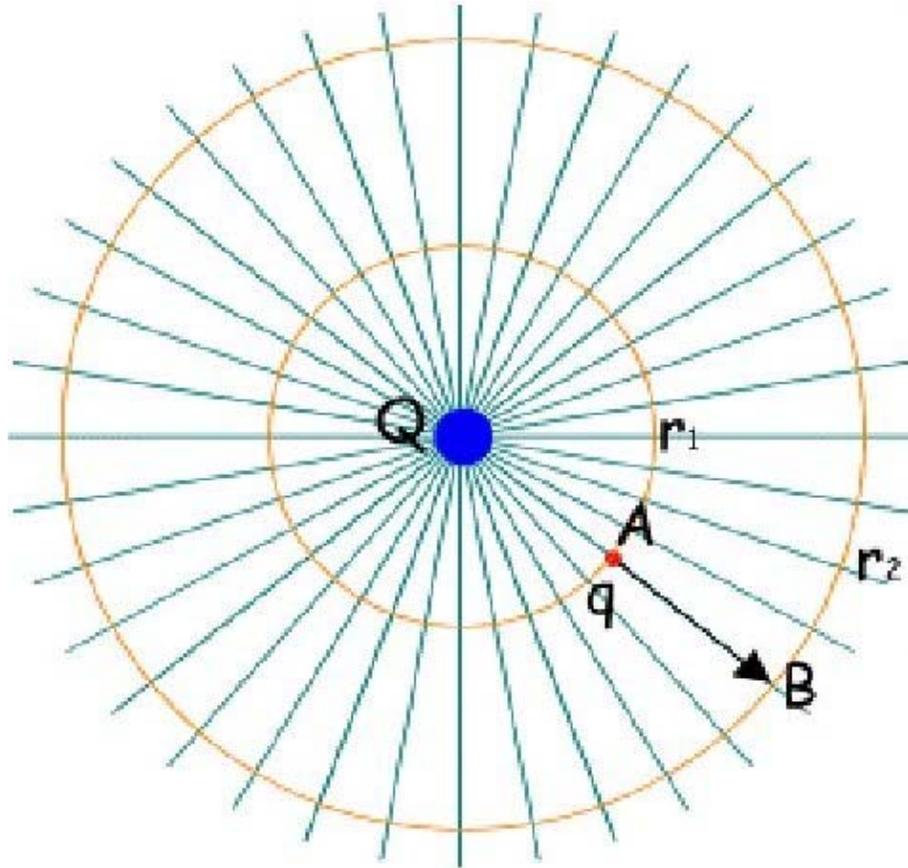
$$E_x(\vec{r}) = -\frac{\partial U(\vec{r})}{\partial x}$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} = -\frac{\partial U(\vec{r})}{\partial x}$$



Entsprechende Gleichungen ergeben sich für die y - und z -Komponenten. Als Lösung folgt sofort für das Potential U einer Punktladung:

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \quad (+U_0)$$



Man hätte auch so vorgehen können: Die Arbeit W , um eine Probeladung q von \vec{r}_1 nach \vec{r}_2 zu verschieben ist:

$$W = -q \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

$$= -q \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \cdot d\vec{r}$$

Weg radial
von \vec{r}_1 nach \vec{r}_2 .

$$= -q \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} dr = -q \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_1}^{r_2}$$

$$= q \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_1} \right)$$



Wegen $W = q(U_2 - U_1)$

folgt jetzt sofort:

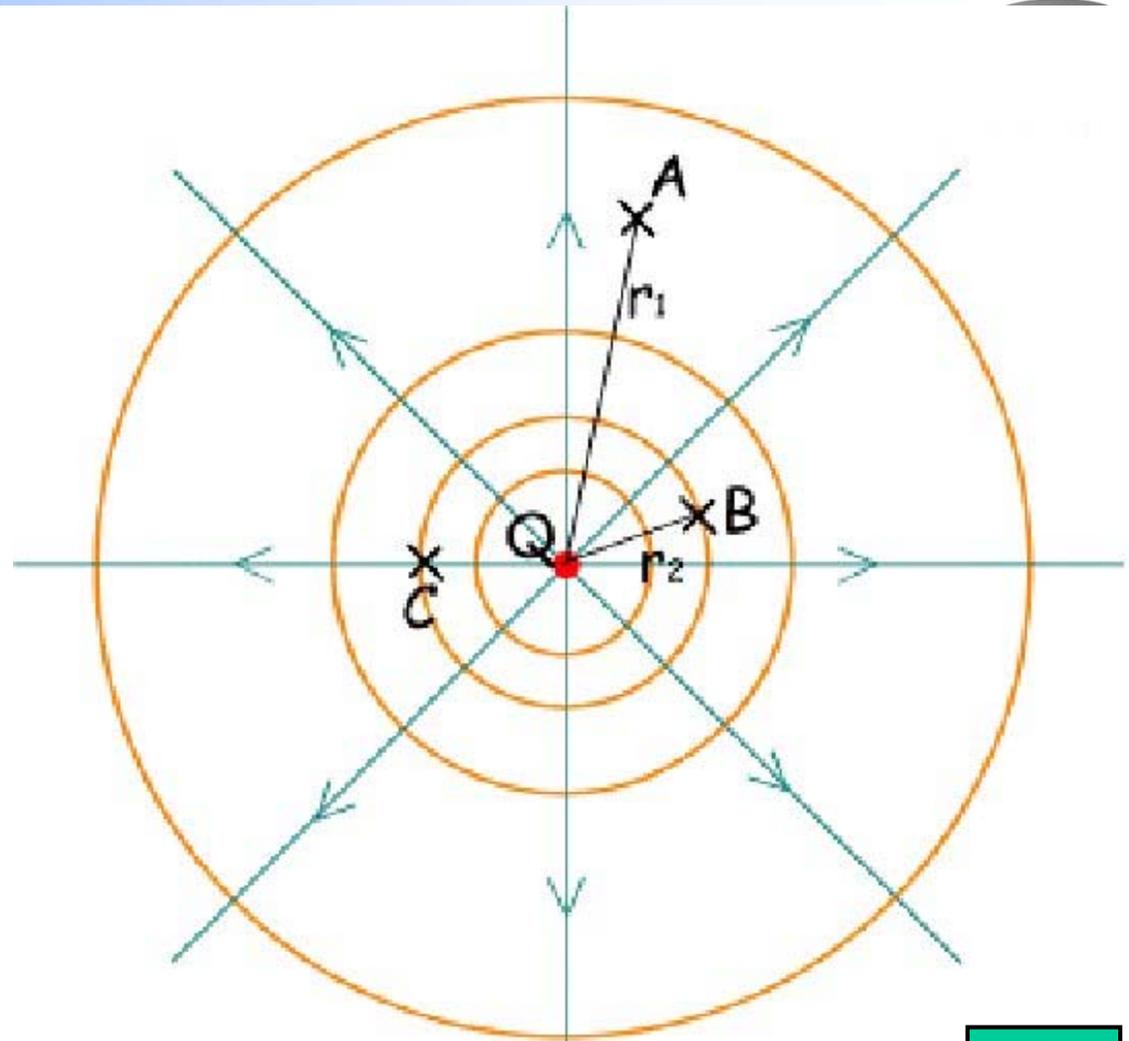
$$U(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

Eine Spannung (Potentialdifferenz) besteht immer zwischen *zwei* Punkten. Im Fall der obigen Formel für $U(r)$ liegt der eine „Punkt“ im Unendlichen, denn es ist:

$$U(r) \rightarrow 0 \text{ für } r \rightarrow \infty$$

In der Graphik liest man also die folgenden Potentialdifferenzen zwischen den Punkten A, B und C ab:

$$U_{AB} = U(r_2) - U(r_1) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$



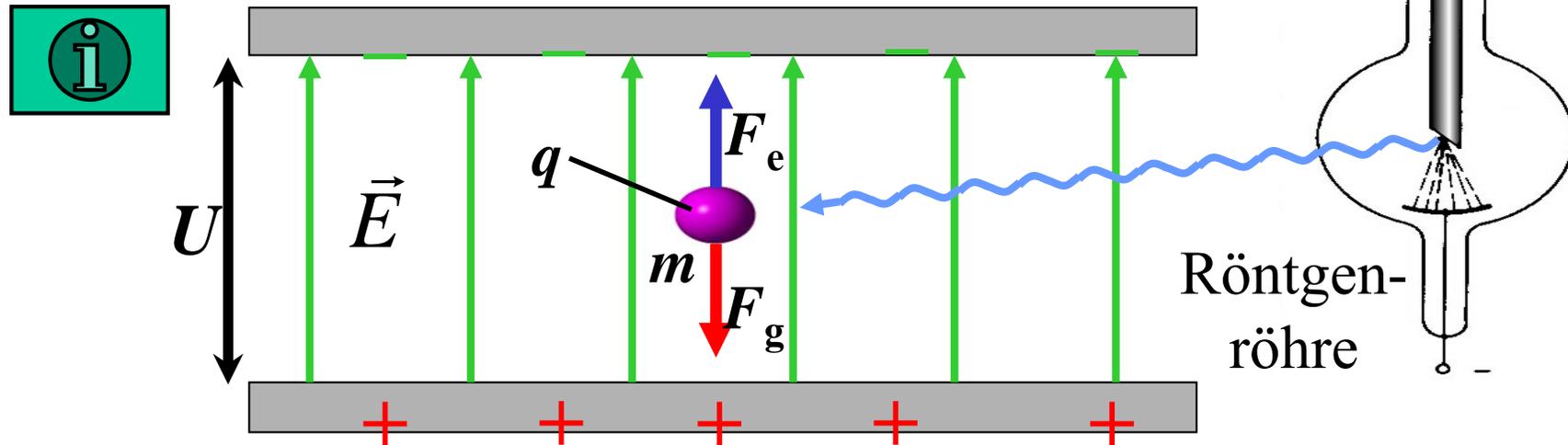
$$U_{BC} = U(r_2) - U(r_2) = 0$$

$$U_{AC} = U(r_2) - U(r_1) = U_{AB}$$

$$U_{CA} = U(r_1) - U(r_2) = -U_{AC}$$



Ladungsquantisierung: Der Millikan-Versuch (1913)



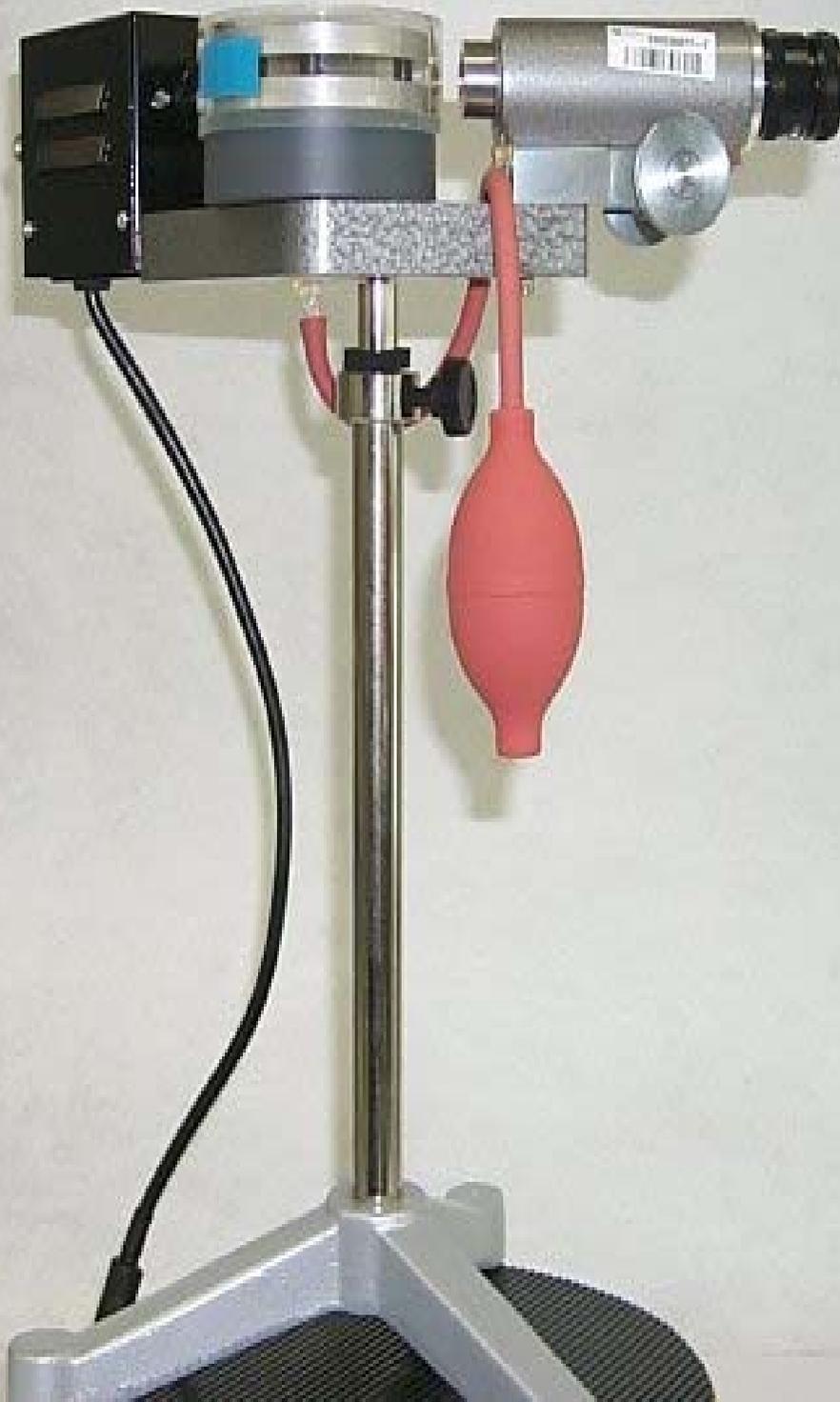
Alle Messungen liefern nur diskrete Ladungsmengen, also

$$q = n \cdot e \quad n = \text{ganze Zahl}$$

mit der „Elementarladung“

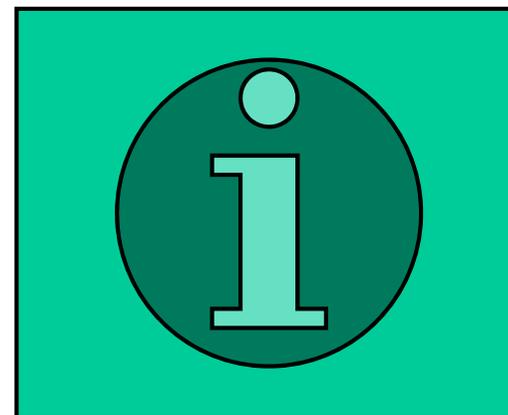
$$e = 1.602189 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

- Es gibt positive ($+e$) und negative ($-e$) Elementarladungen. Das Vorzeichen der Ladung ist so definiert, dass das Elektron die Ladung $q = -e$ erhält.
- Es gibt Teilchen, die „Quarks“, mit Ladungen $1/3 e$ und $2/3 e$. Diese Teilchen kommen aber nie ungebunden vor. \Rightarrow Elementarteilchenphysik



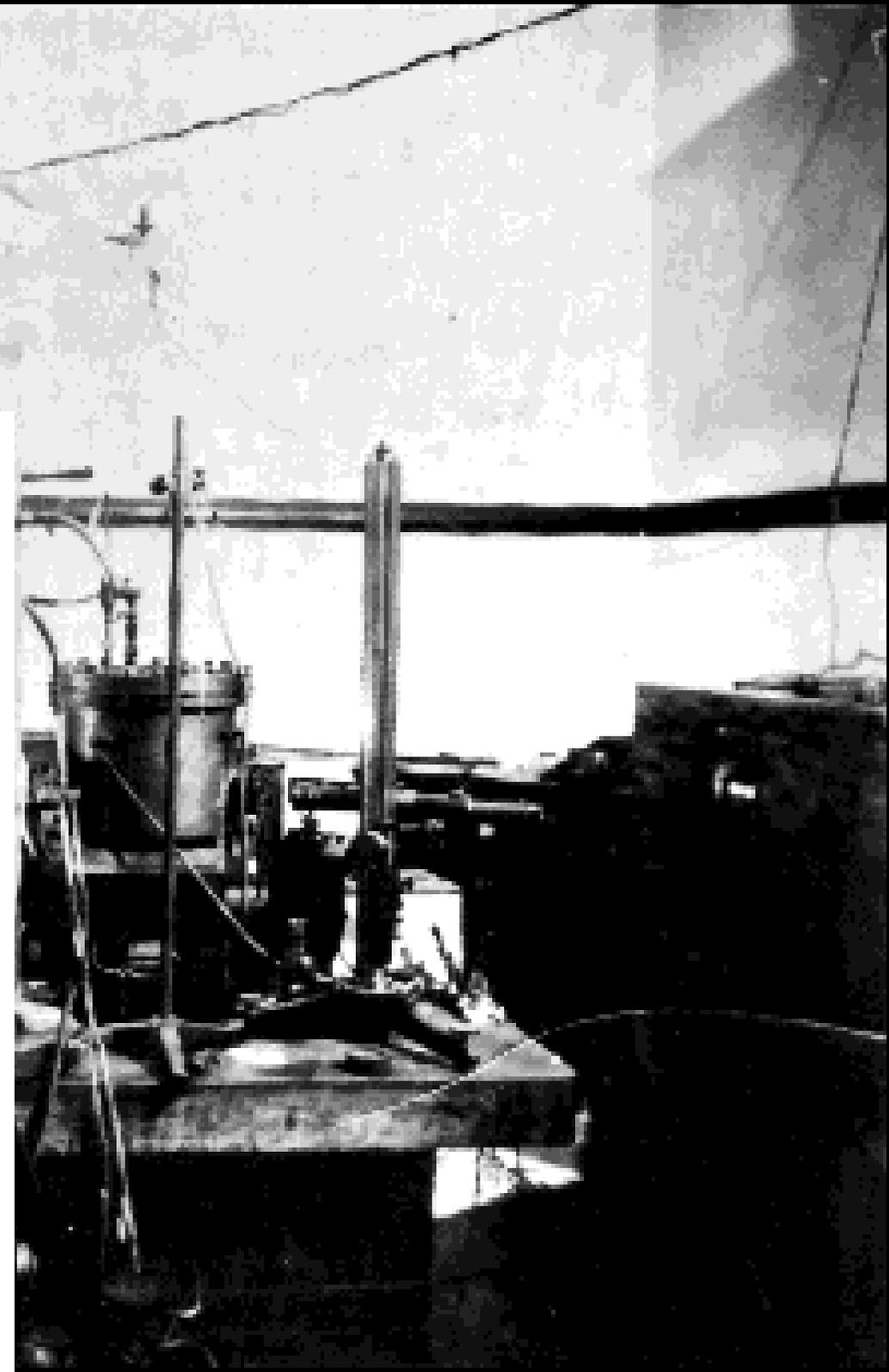
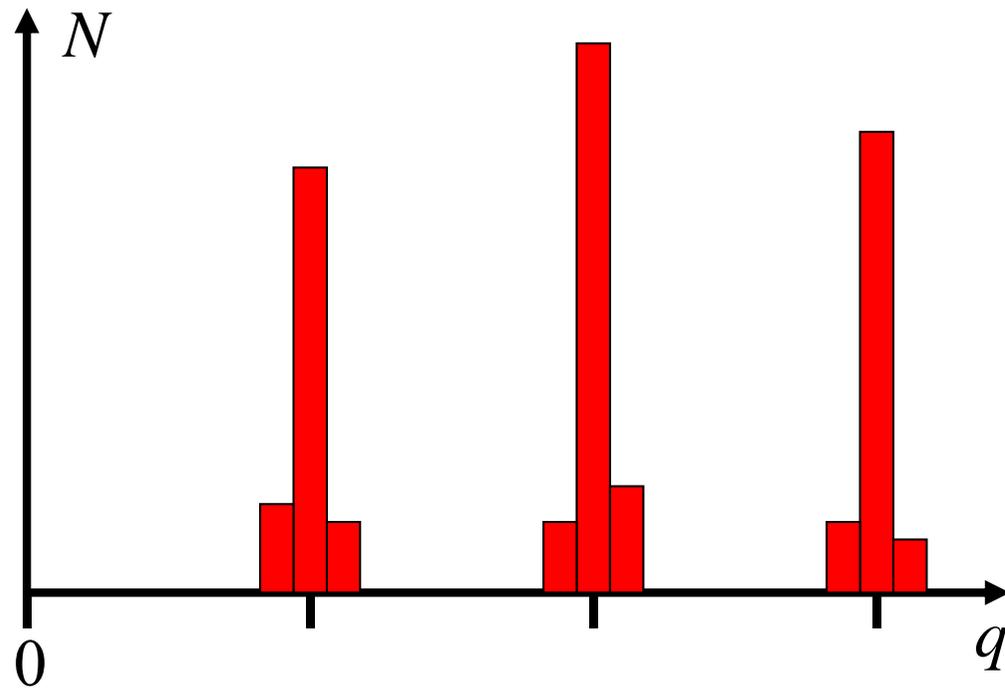
Robert A. Millikan

- | | |
|---------------|--|
| 1868 | born in
Morrison, Illinois |
| 1893 | Columbia Univ.,
New York |
| 1896-
1921 | Univ. of Chicago |
| 1913 | Oil drop experiment
for determination
of elementary charge |
| 1923 | Nobel Prize in Physics |
| 1921-53 | Caltech, Pasadena |



Originalaufbau von Millikan (1913)

Experimentelles Ergebnis
des Millikan-Versuches:



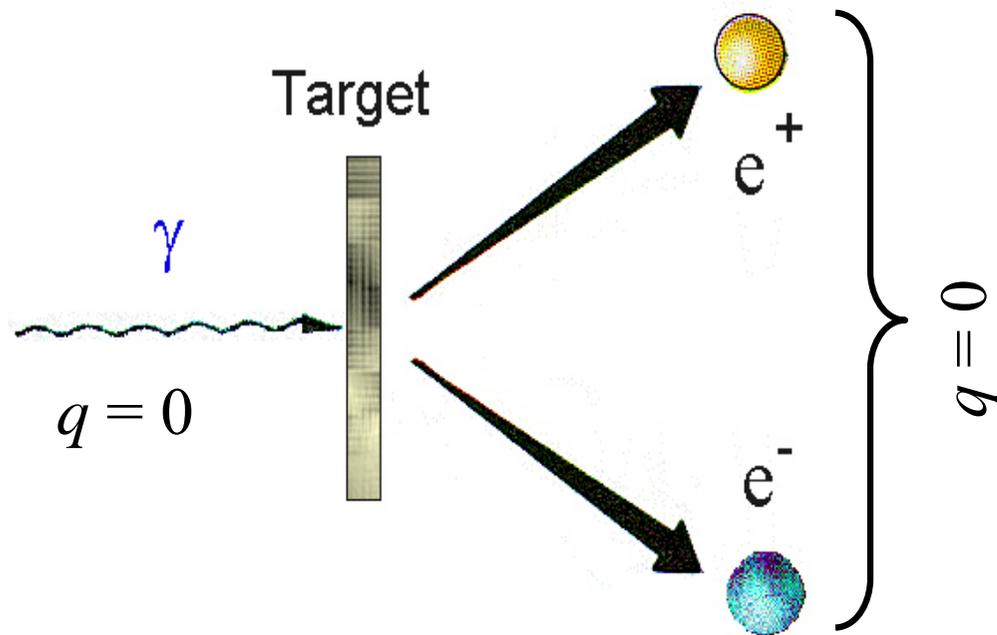


Ladungserhaltung

In einem abgeschlossenen System gilt der Satz von der Erhaltung der Gesamtladung:

$$\sum_{i=1}^N q_i = \text{const.}$$

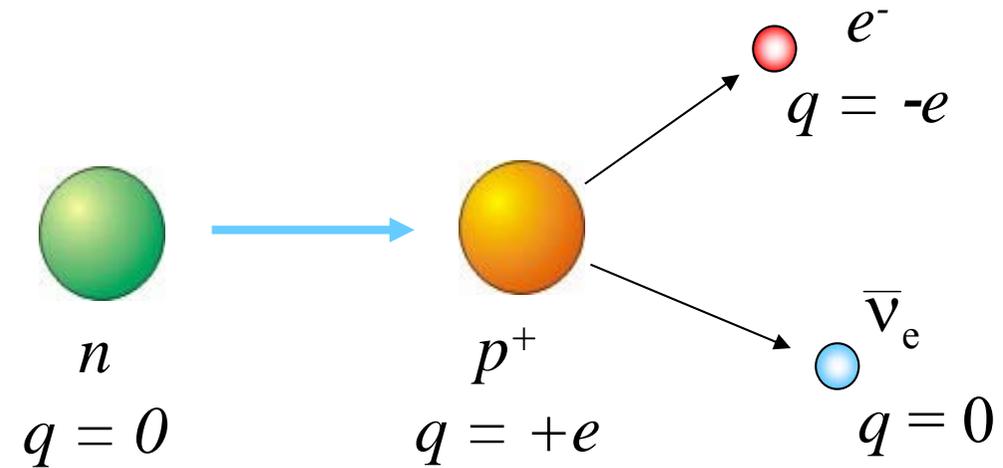
Beispiel 1: Die Paarerzeugung



Werden aus einem hochenergetischen γ -Quant Elektronen erzeugt, dann treten sie immer paarweise mit entgegengesetzten Ladungen auf. Natürlich müssen bei einem solchen Vorgang auch der Energieerhaltungs- und der Impulserhaltungssatz sowie noch weitere Erhaltungssätze (\Rightarrow Elementarteilchenphysik) erfüllt sein.



Beta-Zerfall



Beispiel 2: Der Neutronenzerfall

Beim Zerfall des Neutrons (keine Ladung) entstehen ein positiv geladenes Proton, ein negativ geladenes Elektron und ein neutrales (Anti-) Neutrino.

$$q_{\text{ges, vorher}} = 0$$

$$\sum_i q_{i, \text{nachher}} = q_{\text{Proton}} + q_{\text{Elektron}} + q_{\text{Neutrino}}$$

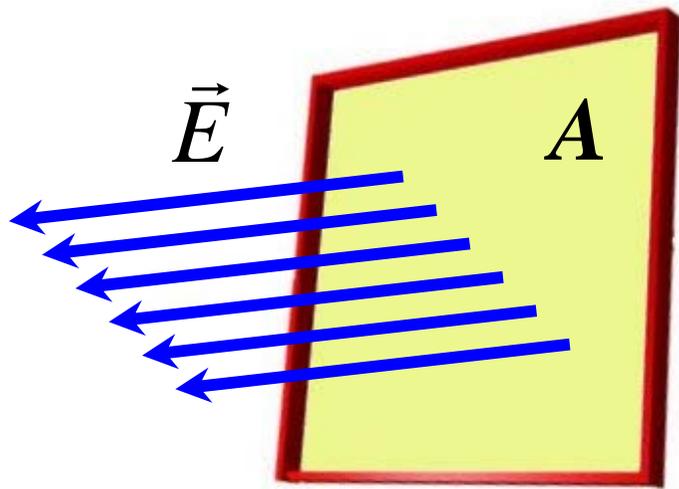
$$= +e + (-e) + 0 = 0$$

$$\Rightarrow q_{\text{ges, vorher}} = q_{\text{ges, nachher}}$$



Der elektrische Fluß

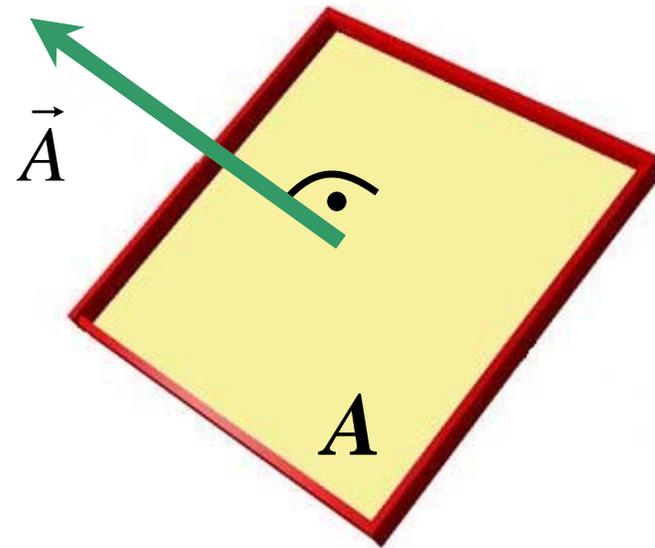
Der elektrische Fluß Φ eines Feldes \vec{E} ist ein Maß für die „Anzahl“ der Feldlinien, die durch eine Fläche A treten („Feldliniendichte“).

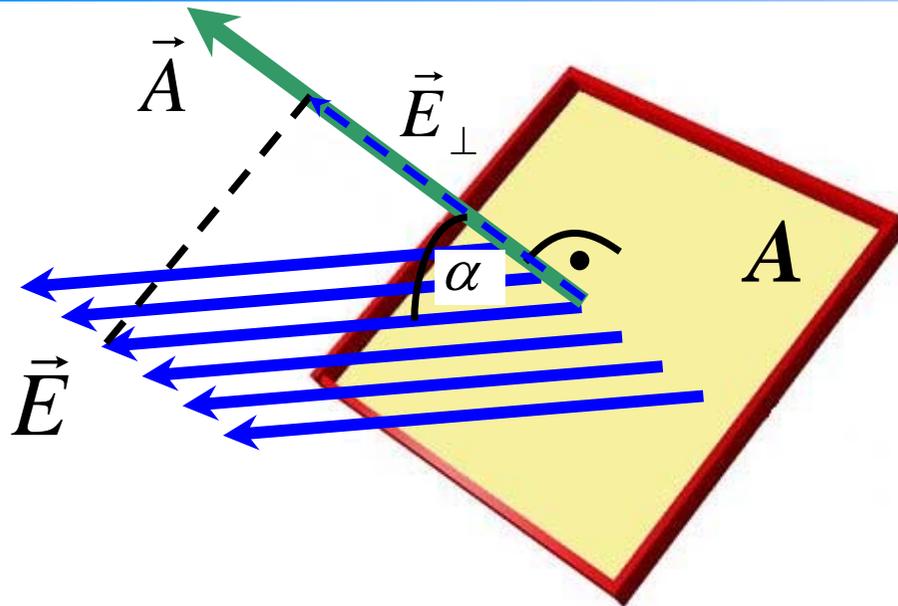


Wenn die Feldlinien senkrecht auf der Fläche A stehen, dann ist der elektrische Fluß durch diese Fläche definiert durch:

$$\Phi = |\vec{E}| A = E A$$

Treten die Feldlinien nicht senkrecht durch die Fläche, dann zählt nur die senkrechte Komponente. Dies kann am besten berücksichtigt werden, wenn die Fläche A als Vektor \vec{A} geschrieben wird. Der Betrag dieses Vektors ist so groß wie die Fläche; seine Richtung ist senkrecht zur Fläche, also:





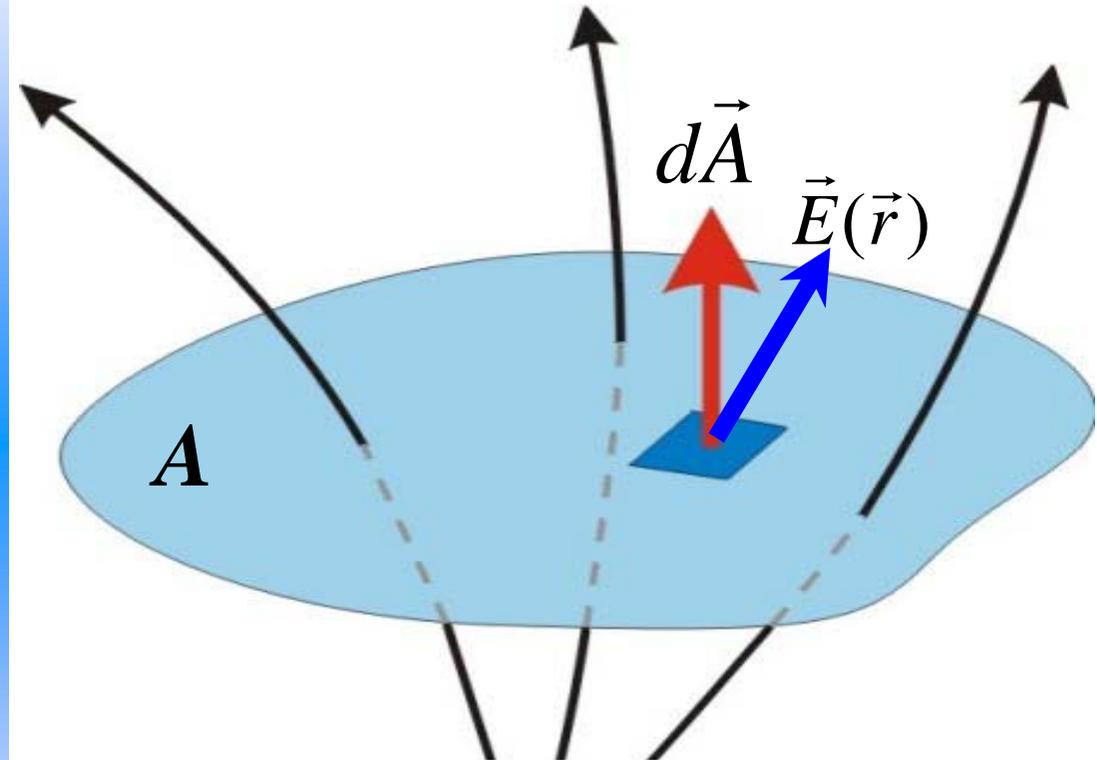
Der elektrische Fluß Φ durch die Fläche A ist nun:

$$\Phi = \left| \vec{E}_{\perp} \right| A = \left| \vec{E} \right| A \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \Phi = \vec{E} \cdot \vec{A}$$

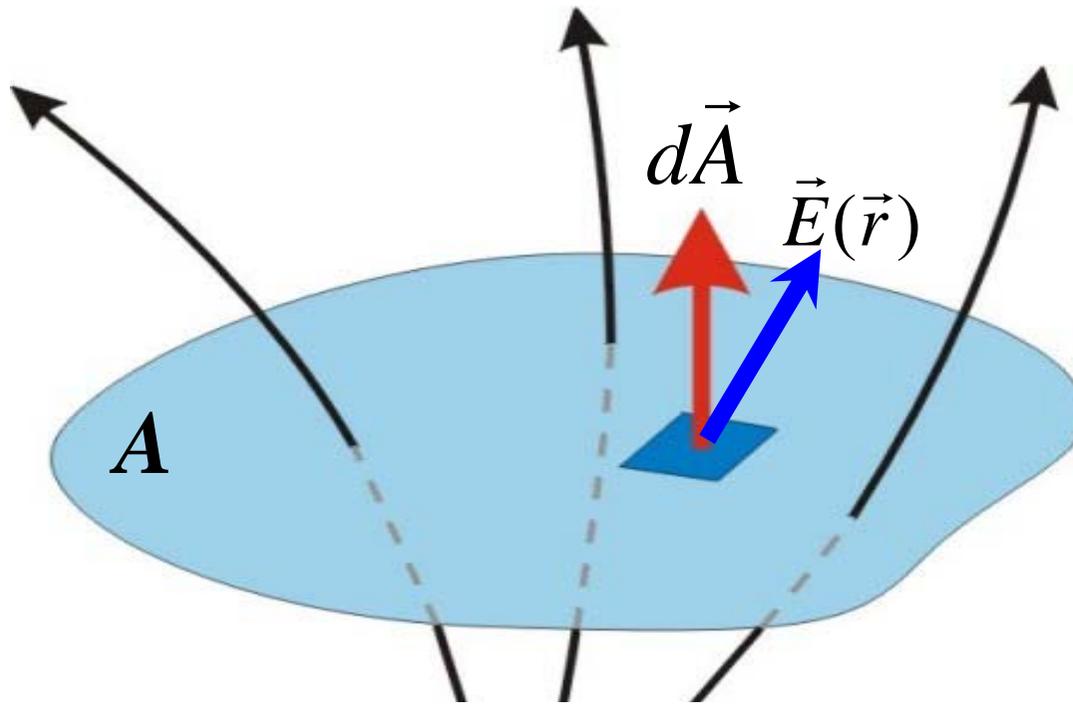
Alle bisherigen Betrachtungen gelten nur, wenn das durch die Fläche A tretende Feld *konstant* ist. Ist dies nicht der Fall, dann muß der Fluß durch Summation bestimmt werden.

Für eine beliebig geformte Fläche A gilt im Fall eines inhomogenen Feldes:



Der elektrische Fluß $d\Phi$, der durch die Fläche dA tritt, ist dann:

$$d\Phi = \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{A}$$

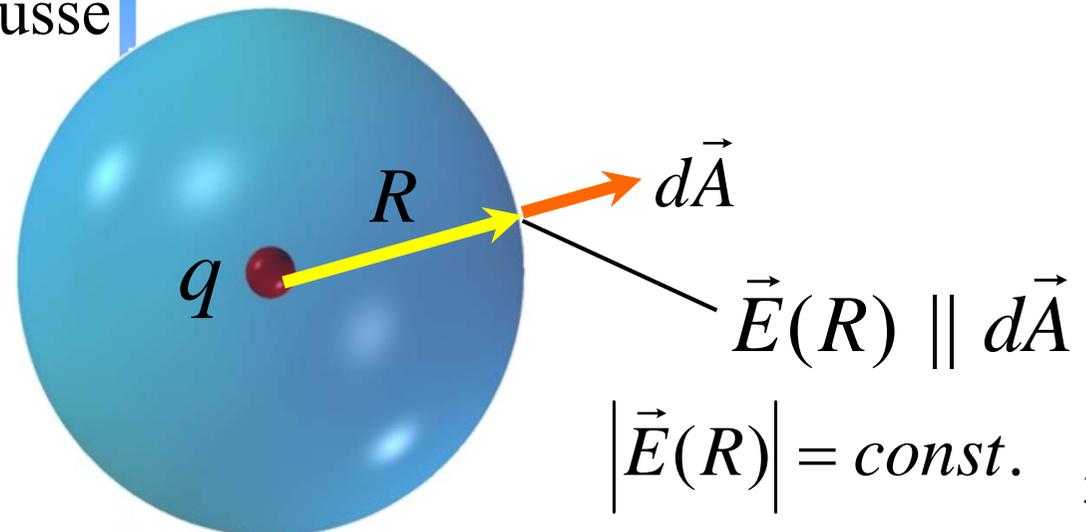


Der gesamte elektrische Fluß Φ durch die Fläche A ist dann durch Summation (Integration) über alle Einzelflüsse $d\Phi$ durch die Flächen dA gegeben:

$$\Phi = \iint_A \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{A}$$

Das Integral über die Fläche A ist in der Regel nicht ganz einfach zu bestimmen. Es ist wie ein Wegintegral durch Parametrisierung der Fläche A berechenbar. Dies werden wir aber nie benötigen, da meistens Symmetrien zur Berechnung herangezogen werden können.

Beispiel : Der Fluß des elektrischen Feldes einer Punktladung q durch eine Halbkugel mit dem Radius R .





$$\Phi = \iint_{\text{Halbkugel}} \vec{E}(R) \cdot d\vec{A}$$

$$= \iint_{\text{Halbkugel}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \hat{r} \cdot d\vec{A}$$

Einführen von Kugelkoordinaten:

$$d\vec{A} = R^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \hat{r}$$

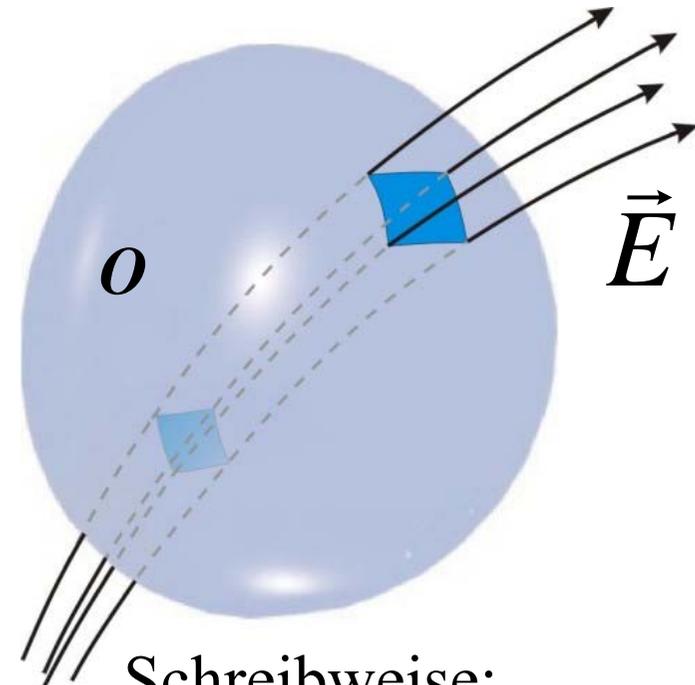
$$\Phi = \int_0^\pi \int_0^\pi \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \hat{r} \cdot \hat{r} R^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \underbrace{\int_0^\pi \int_0^\pi \sin \vartheta d\vartheta d\varphi}_{2\pi}$$

$$= \frac{q}{2\epsilon_0}$$

Der elektrische Fluß durch geschlossene Oberflächen

Nun soll speziell der elektrische Fluß durch geschlossene Flächen betrachtet werden. Dies ist zentral für die später folgende 1. Maxwell'sche Gleichung.

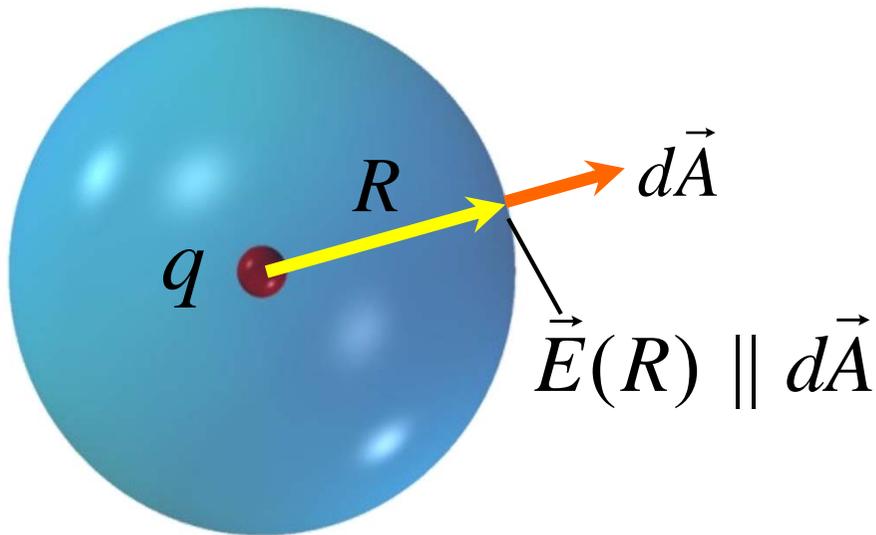


Schreibweise:

$$\Phi = \oiint_O \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{A}$$



Beispiel : Der Fluß des elektrischen Feldes einer Punktladung q durch eine Kugel mit dem Radius R .



Genauso wie im Beispiel vorher gilt nun:

$$\begin{aligned}\Phi &= \oiint_{\text{Kugel}} \vec{E}(R) \cdot d\vec{A} \\ &= \oiint_{\text{Kugel}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \hat{r} \cdot d\vec{A}\end{aligned}$$

$$d\vec{A} = R^2 \sin\vartheta d\vartheta d\varphi \hat{r}$$

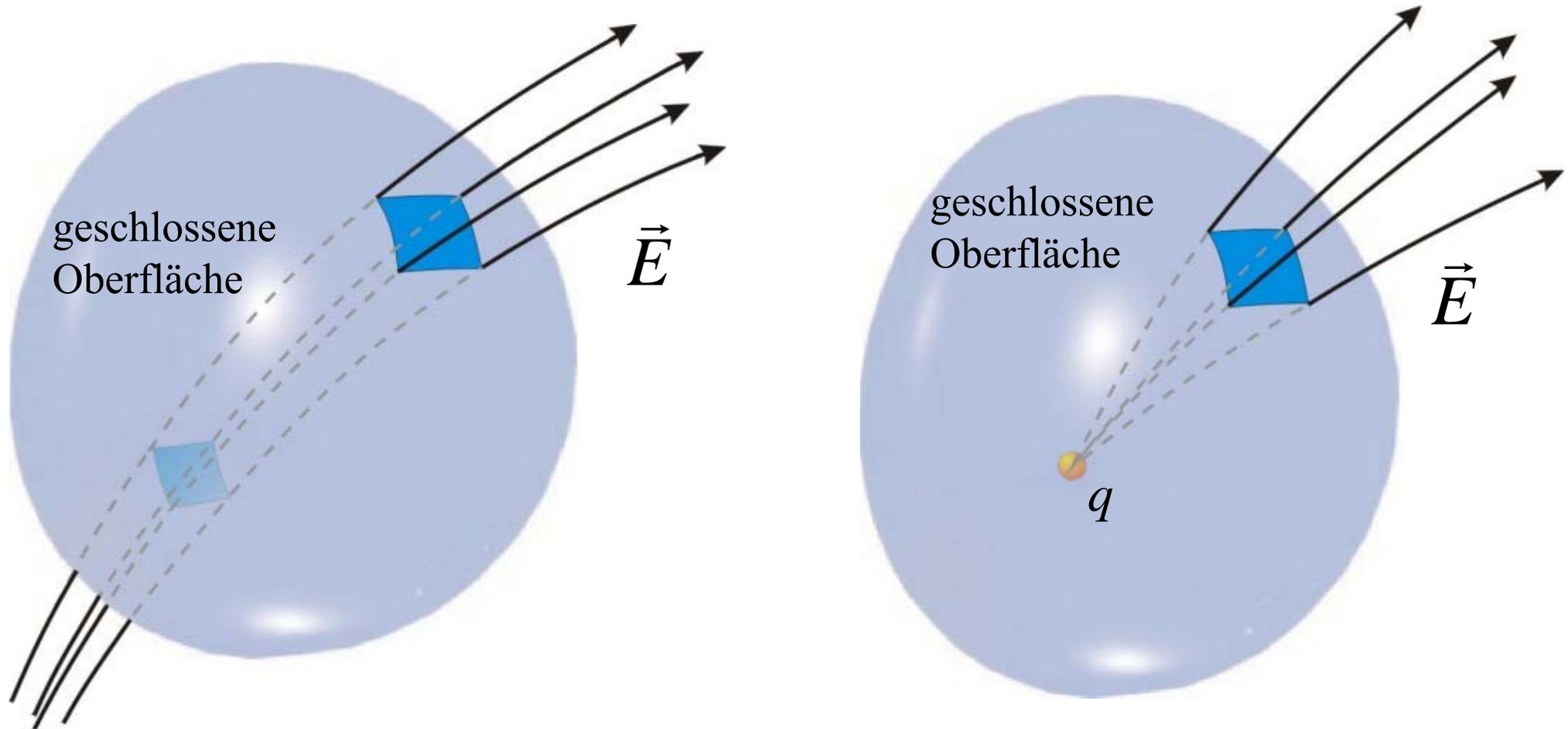
$$\begin{aligned}\Phi &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \hat{r} \cdot \hat{r} R^2 \sin\vartheta d\vartheta d\varphi \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \underbrace{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin\vartheta d\vartheta d\varphi}_{4\pi} = \frac{q}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

Es stellt sich heraus, dass dieses Resultat ganz allgemein für *jede beliebig geformte, geschlossene Oberfläche* gilt, d.h.:

$$\oiint_{\text{geschl. Fläche}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$



Noch allgemeiner gilt für eine Punktladung der folgende Zusammenhang:



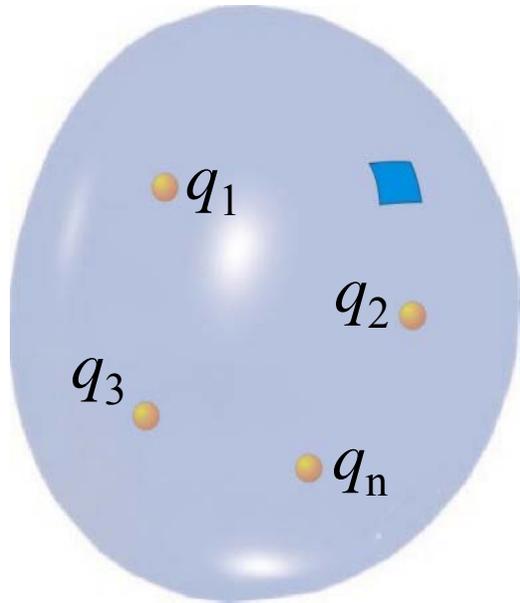
$$\oiint_{\text{geschl. Fläche}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \begin{cases} \frac{q}{\epsilon_0} & \text{falls } q \text{ innerhalb der geschl. Fläche liegt.} \\ 0 & \text{falls } q \text{ außerhalb der geschl. Fläche liegt.} \end{cases}$$



Die 1. Maxwell'sche Gleichung

Bei mehreren Ladungen im Innern der Oberfläche O gilt das Superpositionsprinzip (siehe Abschnitt 4.2.4):

$$\vec{E}_{\text{ges}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$



Damit folgt:

$$\begin{aligned} \oiint_O \vec{E}_{\text{ges}} \cdot d\vec{A} \\ = \sum_{i=1}^n \oiint_O \vec{E}_i \cdot d\vec{A} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i = \frac{q_{\text{ges}}}{\epsilon_0}$$

Bei einer kontinuierlichen Ladungsverteilung integriert man über alle Ladungselemente dq im von der geschlossenen Oberfläche O umschlossenen Volumen:

$$\sum_{i=1}^n q_i \Rightarrow \iiint_{V(O)} dq$$

Mit der *Ladungsdichte*

$$\rho(\vec{r}) = \frac{dq(\vec{r})}{dV}$$

folgt:

$$\iiint_{V(O)} dq = \iiint_{V(O)} \rho(\vec{r}) dV$$

(Volumenintegral)



Damit ergibt sich der Zusammenhang zwischen einer beliebigen Ladungsverteilung im Raum und dem von dieser Ladungsverteilung erzeugten elektrischen Feld:

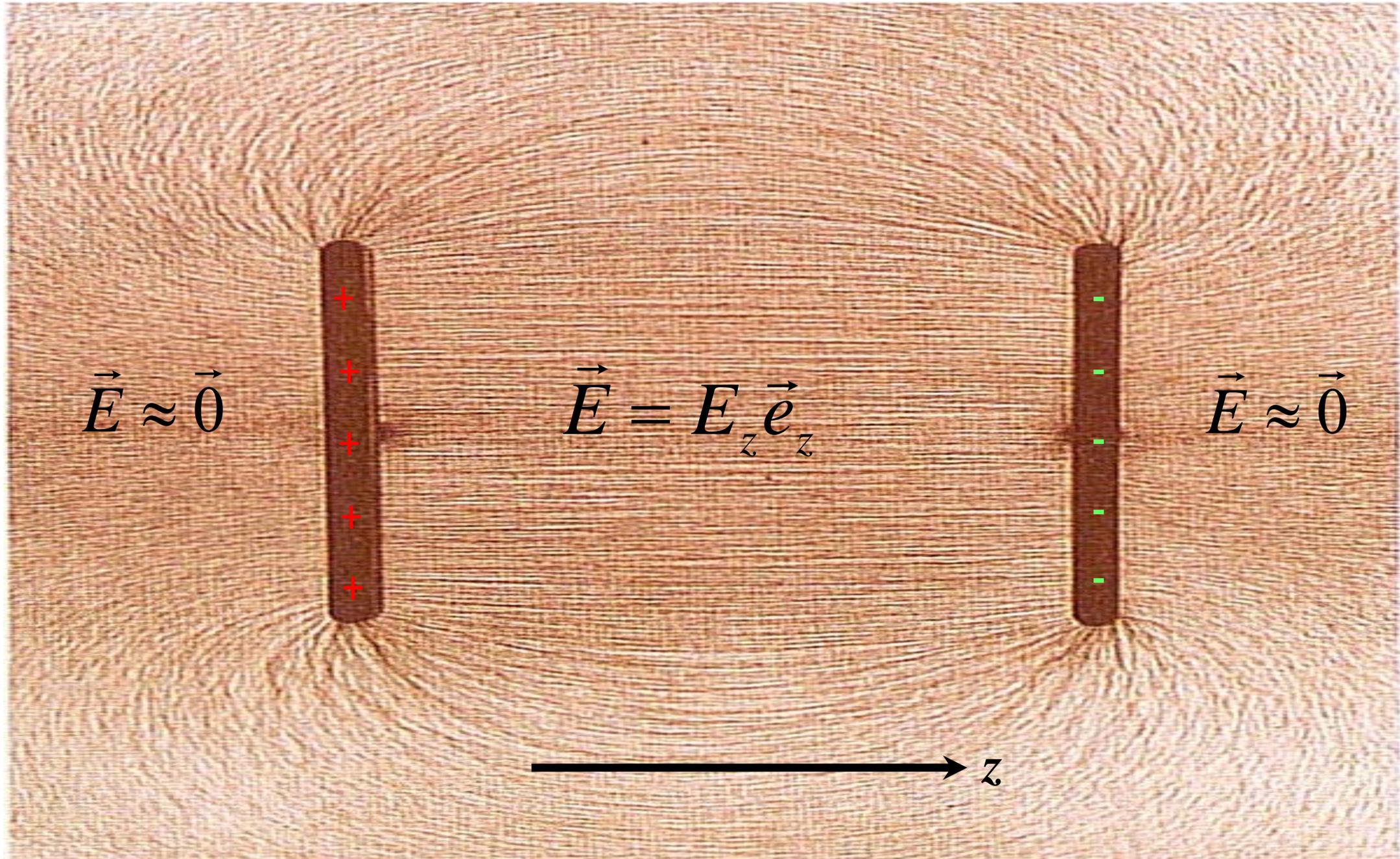
$$\oiint_O \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{ges}}}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_{V(O)} \rho dV$$

Bemerkungen:

- Dies ist die **1. Maxwell'sche-Gleichung**. Sie wird auch „Gauß'scher Satz“ genannt (der „Gauß'sche Satz“ ist ein Integralsatz der Mathematik).
- Die obige Gleichung bedeutet anschaulich, dass Ladungen die *Quellen* (und *Senken*) des elektrostatischen Feldes sind. Feldlinien beginnen und enden daher bei positiven bzw. negativen Ladungen.
- Mit der 1. Maxwell'schen-Gleichung können Felder berechnet werden, wenn die Ladungsverteilung bekannt ist.
- Es ist zu beachten, dass *jede beliebig geformte* Oberfläche O , die die Ladung q_{ges} umschließt, verwendet werden kann !!

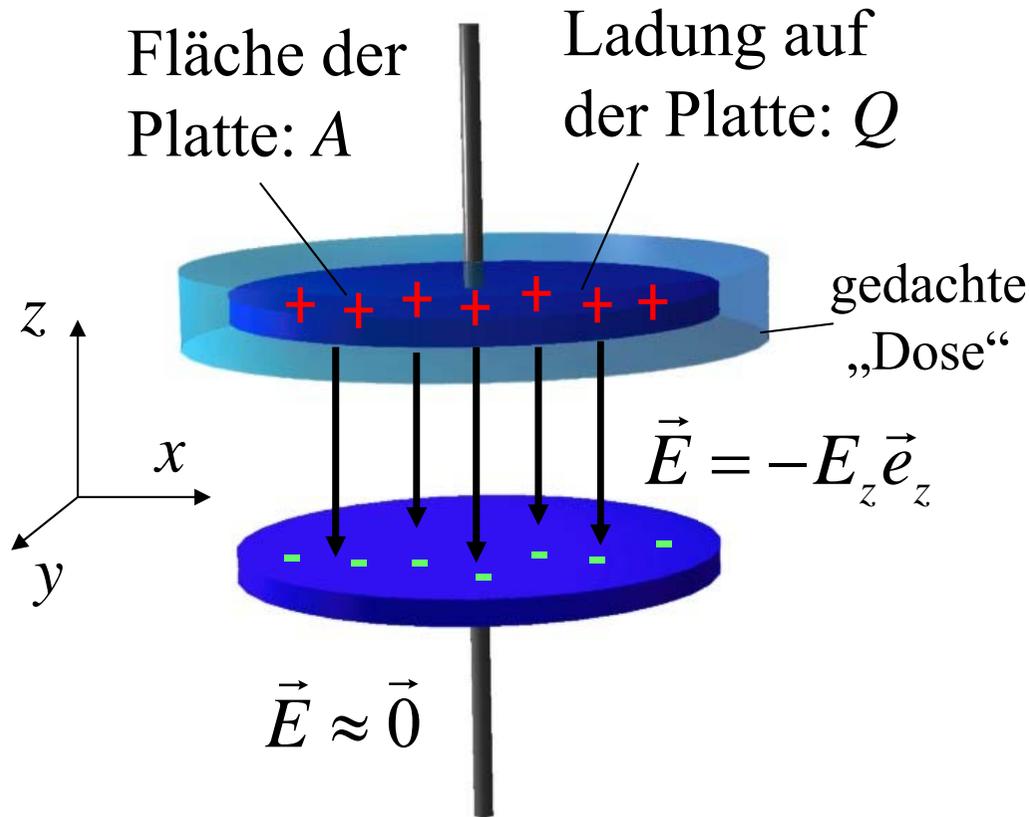


Beispiel : Der Plattenkondensator.





Man denkt sich eine Platte von einer flachen, zylindrischen Dose umgeben:



Auf der oberen Platte befindet sich die Ladung $+Q$, auf der unteren $-Q$. Außerhalb der Platten verschwindet das Feld näherungsweise.

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -E_z \end{pmatrix} \quad \text{mit } E_z = \text{const.}$$

Der Fluß durch die Dose ist dann:

$$\begin{aligned} \oiint_{\text{Dose}} \vec{E} \cdot d\vec{A} &= \underbrace{\iint_{\text{oben}} \vec{E} \cdot d\vec{A}}_{=0, \text{ da } \vec{E}=\vec{0}} + \iint_{\text{unten}} \vec{E} \cdot d\vec{A} \\ &+ \underbrace{\iint_{\text{Seite}} \vec{E} \cdot d\vec{A}}_{=0, \text{ Symmetrie!}} \end{aligned}$$

$$= \iint_{\text{unten}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \iint_{\text{unten}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -E_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} dA$$



$$\begin{aligned}
 \oint_{\text{Dose}} \vec{E} \cdot d\vec{A} &= \iint_{\text{unten}} E_z dA \\
 &= E_z \iint_{\text{unten}} dA = E_z A \\
 &= \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (1. \text{ Maxwell-Gleichung}) \\
 \Rightarrow E_z A &= \frac{Q}{\epsilon_0}
 \end{aligned}$$

Wir hatten bereits das Feld als Funktion der Spannung U zwischen den Platten im Abstand d berechnet:

$$E_z = \frac{U}{d} \Rightarrow \frac{U}{d} A = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Bei einem Kondensator ist die Kapazität C definiert durch:

$$C = \frac{Q}{U}$$

Sie ist ein Maß dafür, wieviel Ladung in einem Kondensator bei konstanter Spannung gespeichert werden kann. Für die Kapazität C eines Plattenkondensators mit den Flächen A , die sich in einem Abstand d voneinander befinden, ergibt sich also:

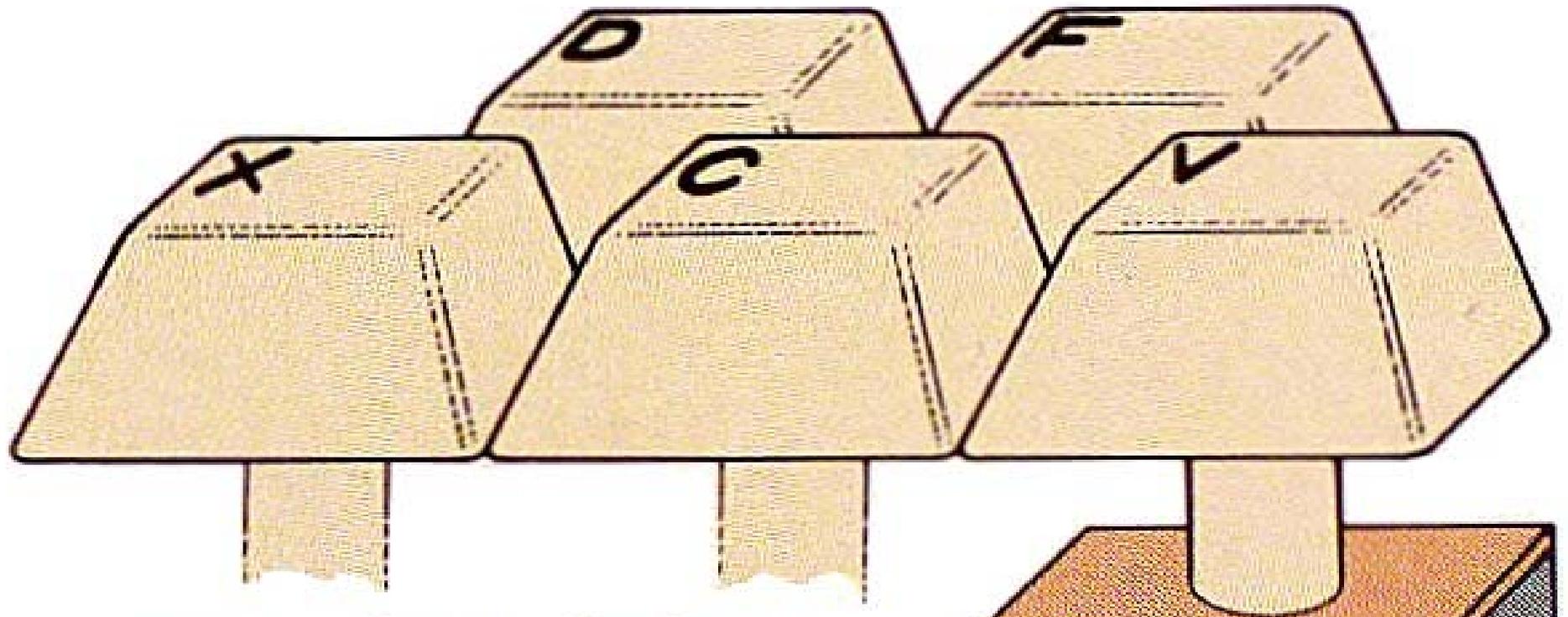
$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Die Einheit der Kapazität ist:

$$[C] = 1 \text{ F} = 1 \text{ Farad} = 1 \frac{\text{As}}{\text{V}}$$



Beispiel für eine andere Anwendung von Kondensatoren:
Die Computertastatur



bewegliche Metallplatte

feste Metallplatte

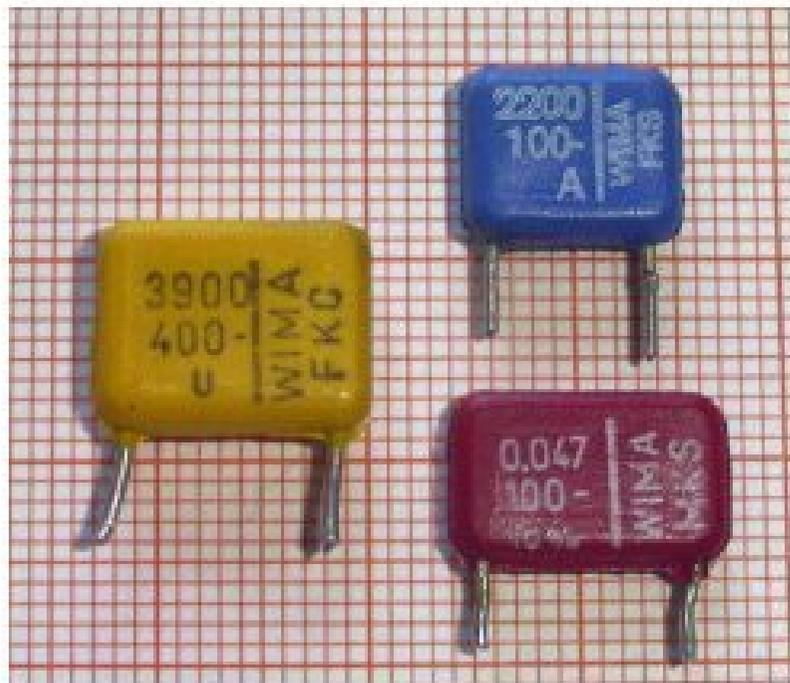
Beispiele von Kondensatoren in der technischen Anwendung:

Folienwickel-Kondensatoren

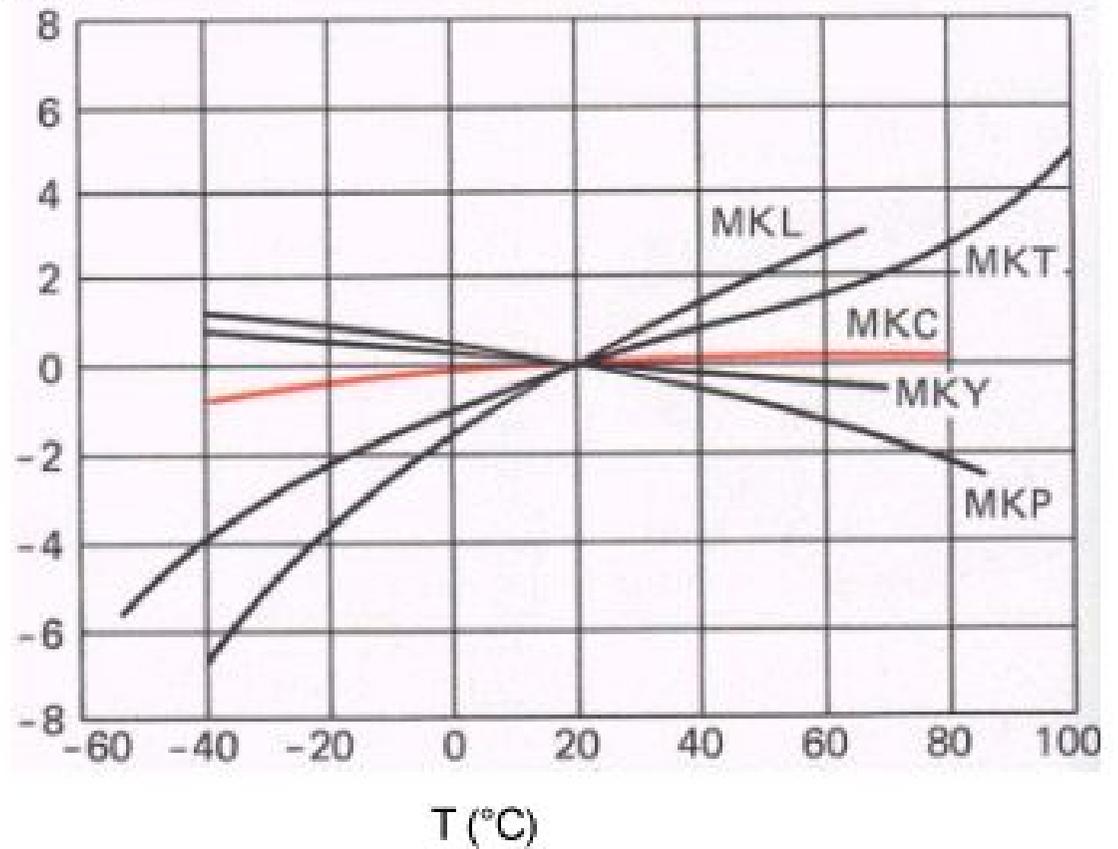


„axial“
bedrahtet

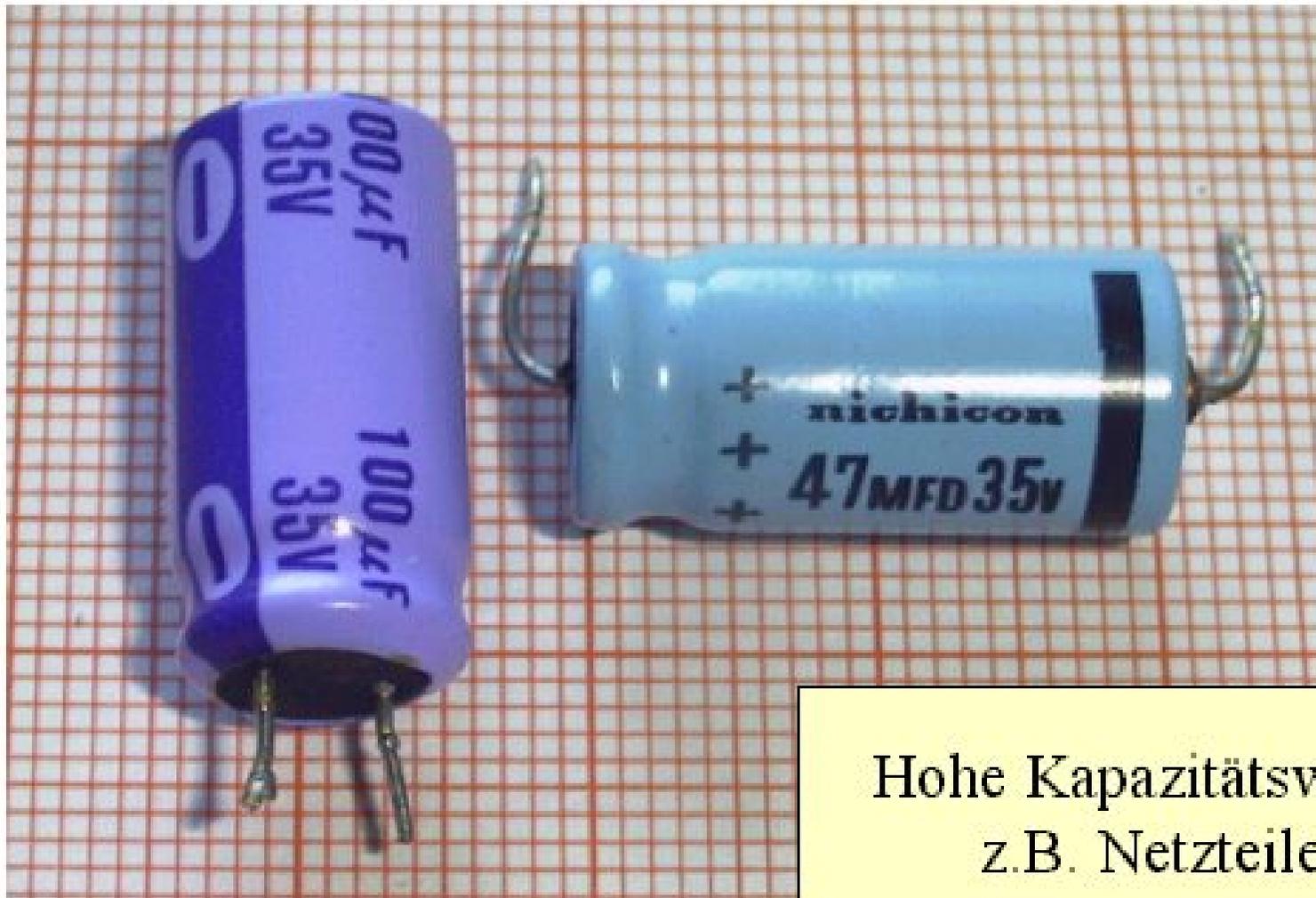
Kunststoff-Folienkondensatoren



$\Delta C/C$ (%)



Elektrolyt-Kondensatoren (Elko)

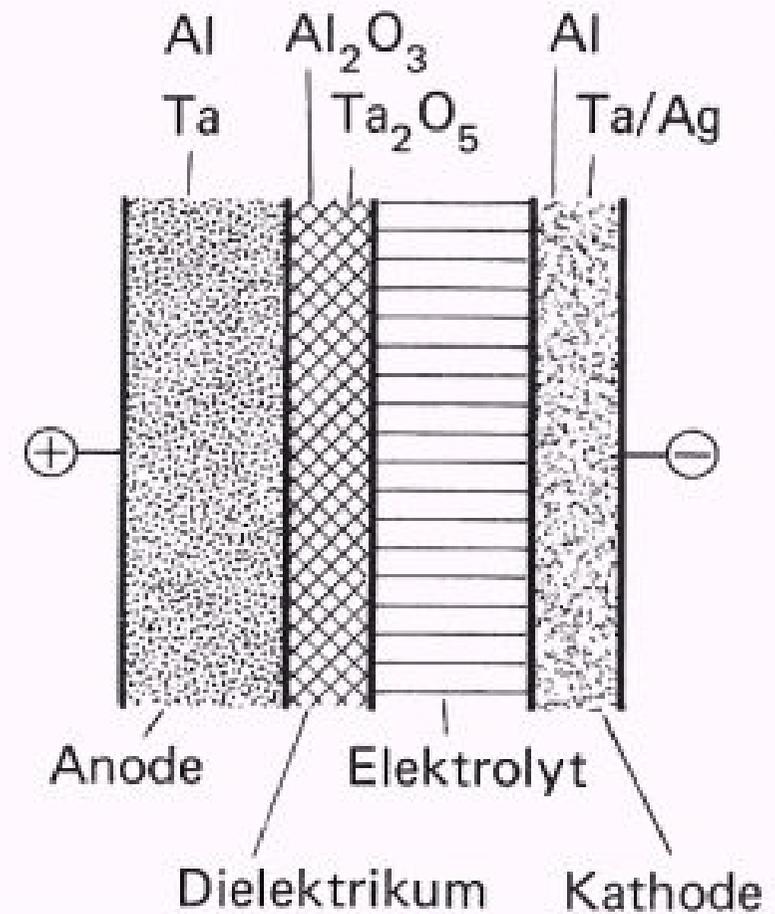


Hohe Kapazitätswerte
z.B. Netzteile

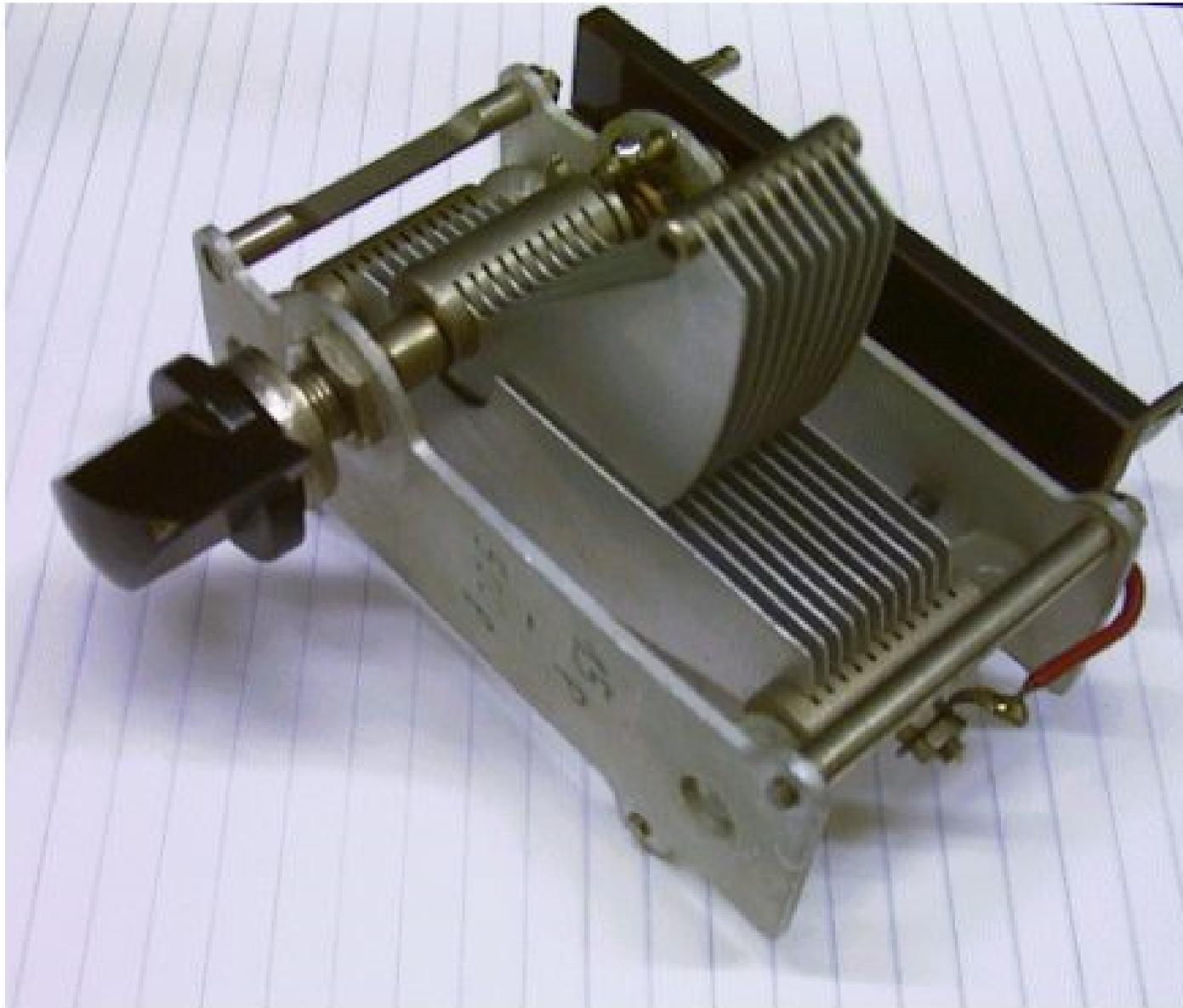
Tantal-Elkos



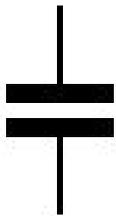
+ Seite gekennzeichnet



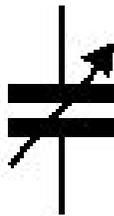
Drehkondensator



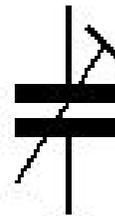
Symbole



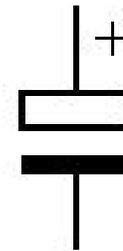
Kondensator
allgemein



Drehkon-
densator



Trimmkon-
densator



Elektrolyt-
kondensator

Größenordnung der Einheit Farad:

Angenommen ein Plattenkondensator habe die Kapazität $C = 1\text{F}$ bei einem Plattenabstand von $d = 1\text{mm}$. Dann müßten die Platten eine Fläche A haben, die sich folgendermaßen berechnet:

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow A = \frac{C d}{\varepsilon_0} = \frac{1\text{F} \cdot 10^{-3}\text{m}}{8.85 \cdot 10^{-12}\text{As/Vm}} = 1.13 \cdot 10^8 \text{m}^2 \approx 100 \text{km}^2 !!!$$

\Rightarrow Ein Farad ist also eine relativ große Einheit.