

Inhalt der Vorlesung A1

1. Einführung

Methode der Physik

Physikalische Größen

Übersicht über die vorgesehenen Themenbereiche

2. Teilchen

A. Einzelne Teilchen

Beschreibung von Teilchenbewegung

Kinematik: Quantitative Erfassung

Dynamik: Ursachen der Bewegung

Kräfte

Arbeit + Leistung, Energie

Erhaltungssätze: Energie- und Impulserhaltung

Drehbewegung

Schwingungen, harmonischer Oszillator



Energieerhaltung

Betrachtung in einer Dimension

2. Newton'sches Axiom

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F$$

Multiplikation mit der Geschwindigkeit

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} \cdot \frac{dx}{dt} = F \cdot \frac{dx}{dt}$$

Zwei kleine Umformungen:

Annahme: Es wirken nur Kräfte, die sich aus einem Potential ableiten lassen.

$$(1) \quad F_{ext} = -\frac{dE_{pot}}{dx} \quad m \frac{d^2 x}{dt^2} \cdot \frac{dx}{dt} = -\frac{dE_{pot}}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = -\frac{dE_{pot}}{dt}$$

$$(2) \quad m \frac{d^2 x}{dt^2} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{m}{2} \frac{d}{dt} \left(\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{m}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \right) = \frac{d}{dt} E_{kin}$$



Wir fassen zusammen:

$$\frac{d}{dt} E_{kin} = -\frac{d}{dt} E_{pot}$$

oder: $\frac{d}{dt} (E_{kin} + E_{pot}) = 0$

$$E_{kin} + E_{pot} = \text{const.}$$

Satz von der Energieerhaltung

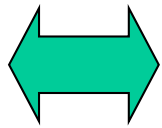
*Die Summe der mechanischen Energieformen
(kinetische und potentielle Energie) bleibt erhalten.*

$$E = E_{kin} + E_{pot} = \text{const.}$$

*Potentielle und kinetische Energie können ineinander
umgewandelt werden.*



Kinetische und potentielle
Energie können ineinander umge-
wandelt werden.

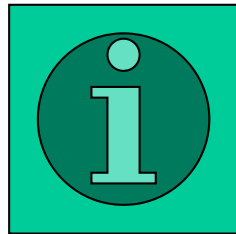
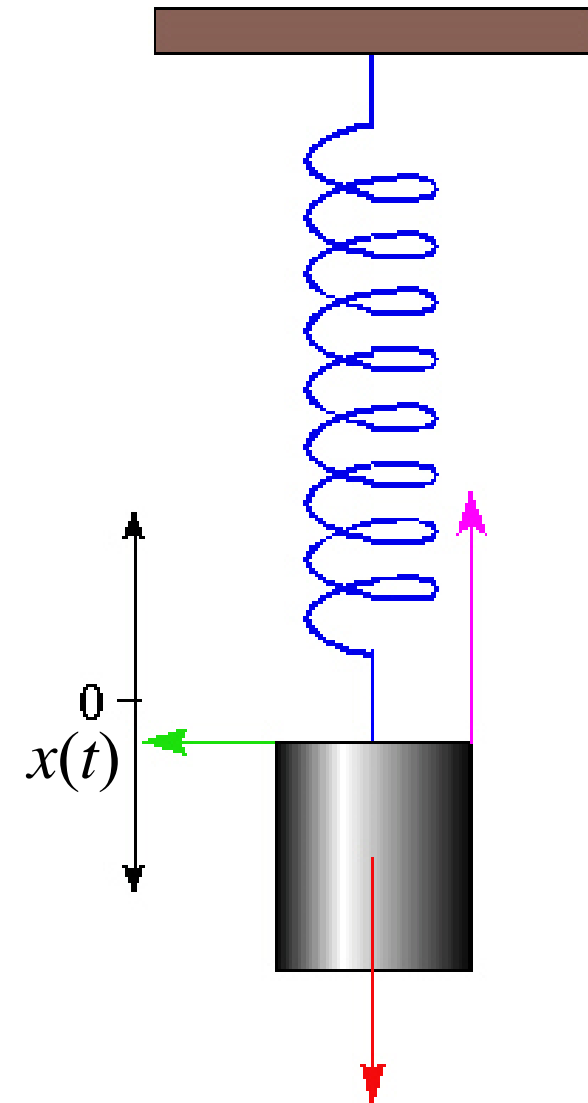
kinetische
Energie  **potentielle**
Energie

Beispiel: Federpendel

Wenn die Masse m in die Höhe h ge-
hoben wird, dann hat sie *potentielle*
Energie gewonnen.

Lässt man die Masse wieder fallen,
gewinnt sie offensichtlich *kinetische*
Energie.

Beispiel: Federpendel



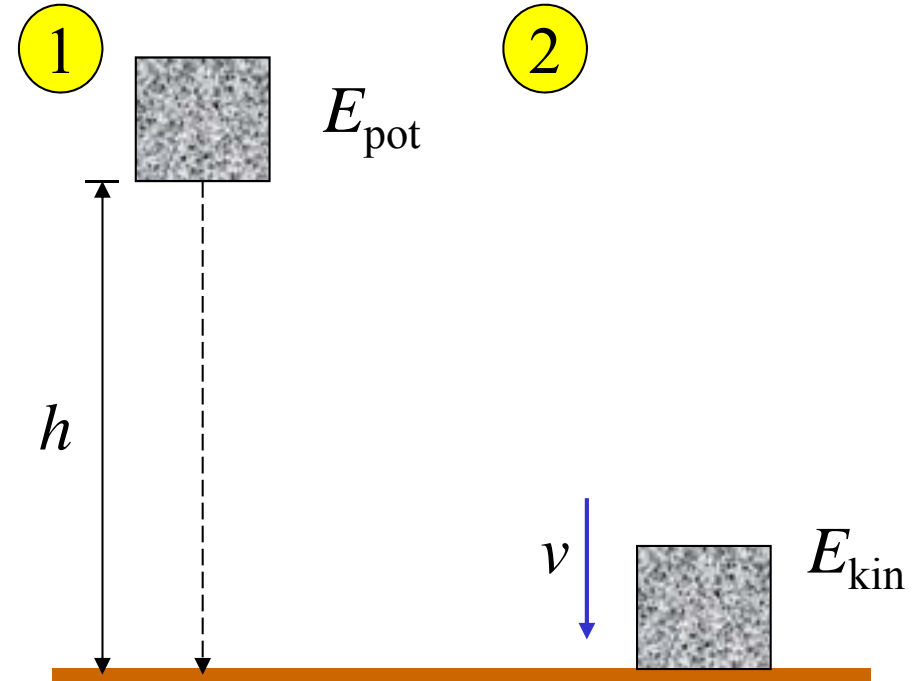


Beispiel:

Eine Masse befindet sich in einer Höhe h über dem Boden in Ruhe.

Dann läßt man die Masse fallen.

Frage: Mit welcher Geschwindigkeit trifft sie auf dem Boden auf ?



$$\textcircled{1} \quad E^{(1)} = E_{\text{kin}}^{(1)} + E_{\text{pot}}^{(1)} = m g h$$

Die potentielle Energie in der Höhe h ist

$$E_{\text{pot}}^{(1)} = m g h$$

Da die Masse in Ruhe ist, hat sie keine kinetische Energie

$$E_{\text{kin}}^{(1)} = 0$$

$$\textcircled{2} \quad E^{(2)} = E_{\text{kin}}^{(2)} + E_{\text{pot}}^{(2)} = \frac{1}{2} m v^2$$

Beim Auftreffen auf den Boden ist die potentielle Energie verschwunden, die Masse ist aber auf die Geschwindigkeit v beschleunigt worden. Dann gilt für die Energien

$$E_{\text{pot}}^{(2)} = 0$$

$$E_{\text{kin}}^{(2)} = \frac{1}{2} m v^2$$



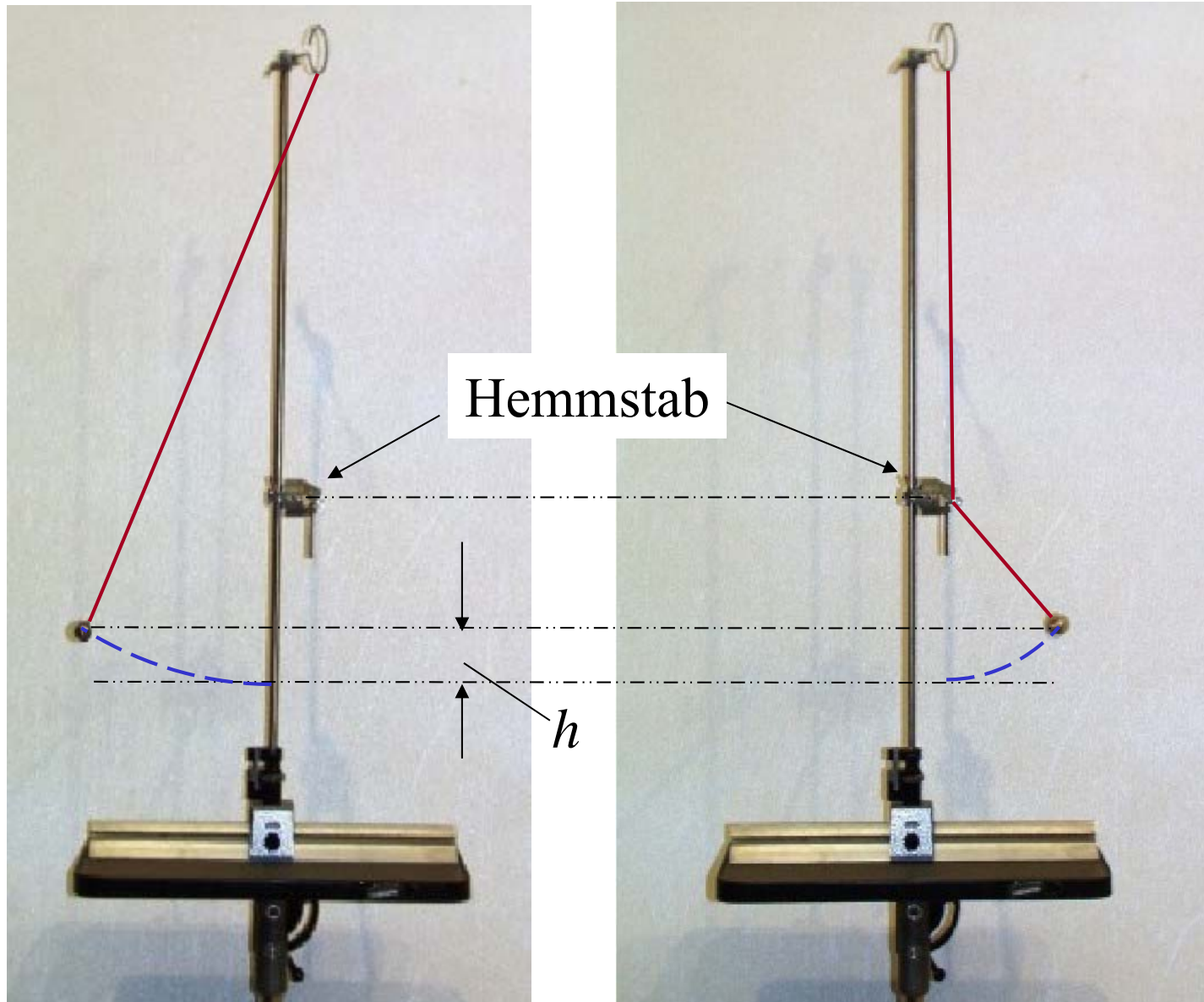
Die Geschwindigkeit beim Auftreffen auf den Boden ist also:

$$v = \sqrt{2 g h}$$

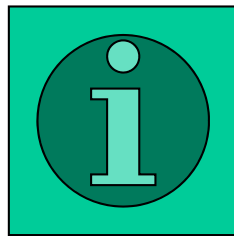
Dieses Ergebnis hatten wir auch schon auch mit den Methoden der Kinematik erhalten, die Berechnung über die Energieerhaltung ist hier aber wesentlich einfacher.



Versuch: „Hemmpendel“



Die Kugel des Fadenpendels schwingt auf beiden Seiten auf die gleiche Höhe h , unabhängig von der Position des Hemmstabs. In dieser Höhe ist die kinetische Energie vollständig in potentielle Energie umgewandelt worden.

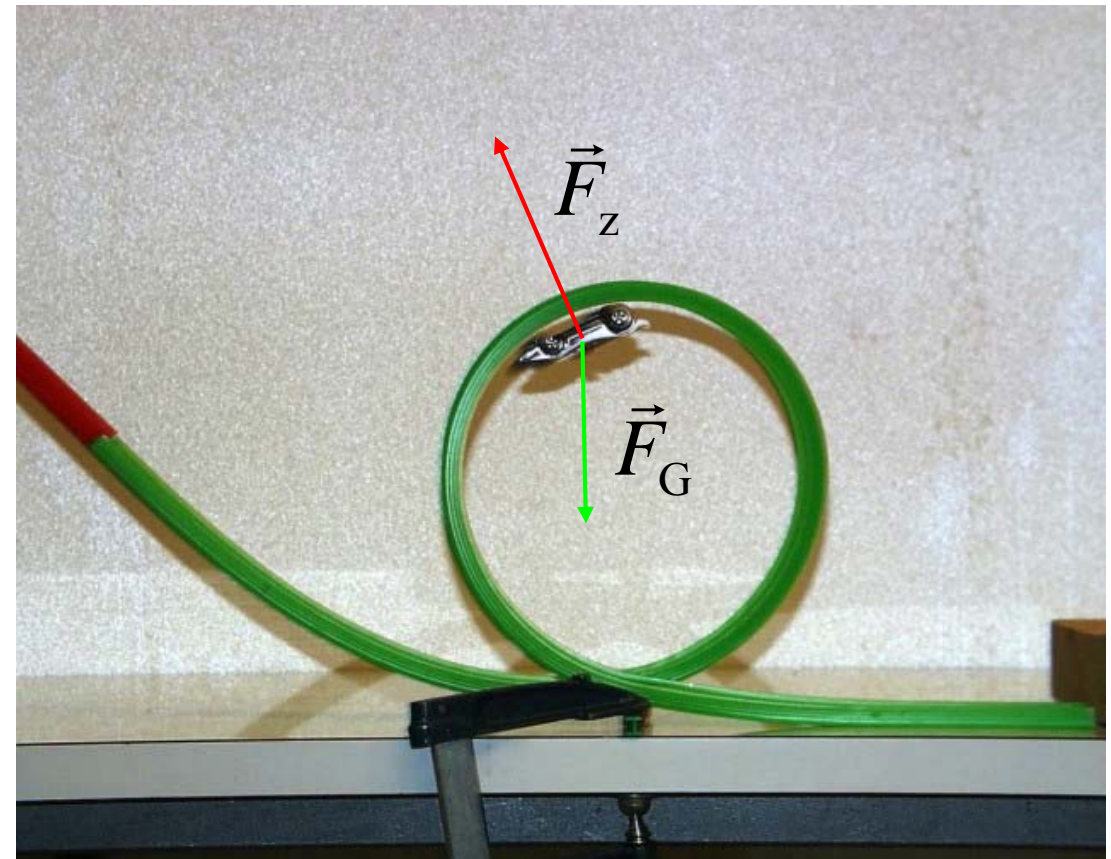
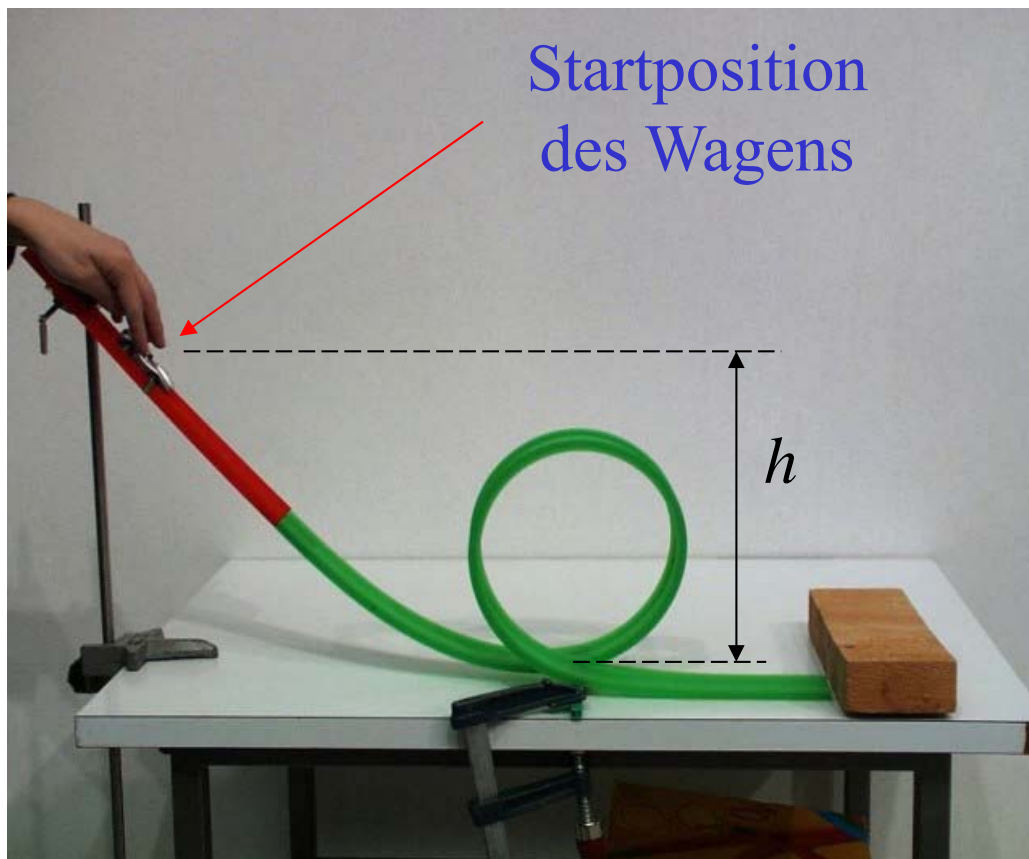




Versuch: Loopingbahn

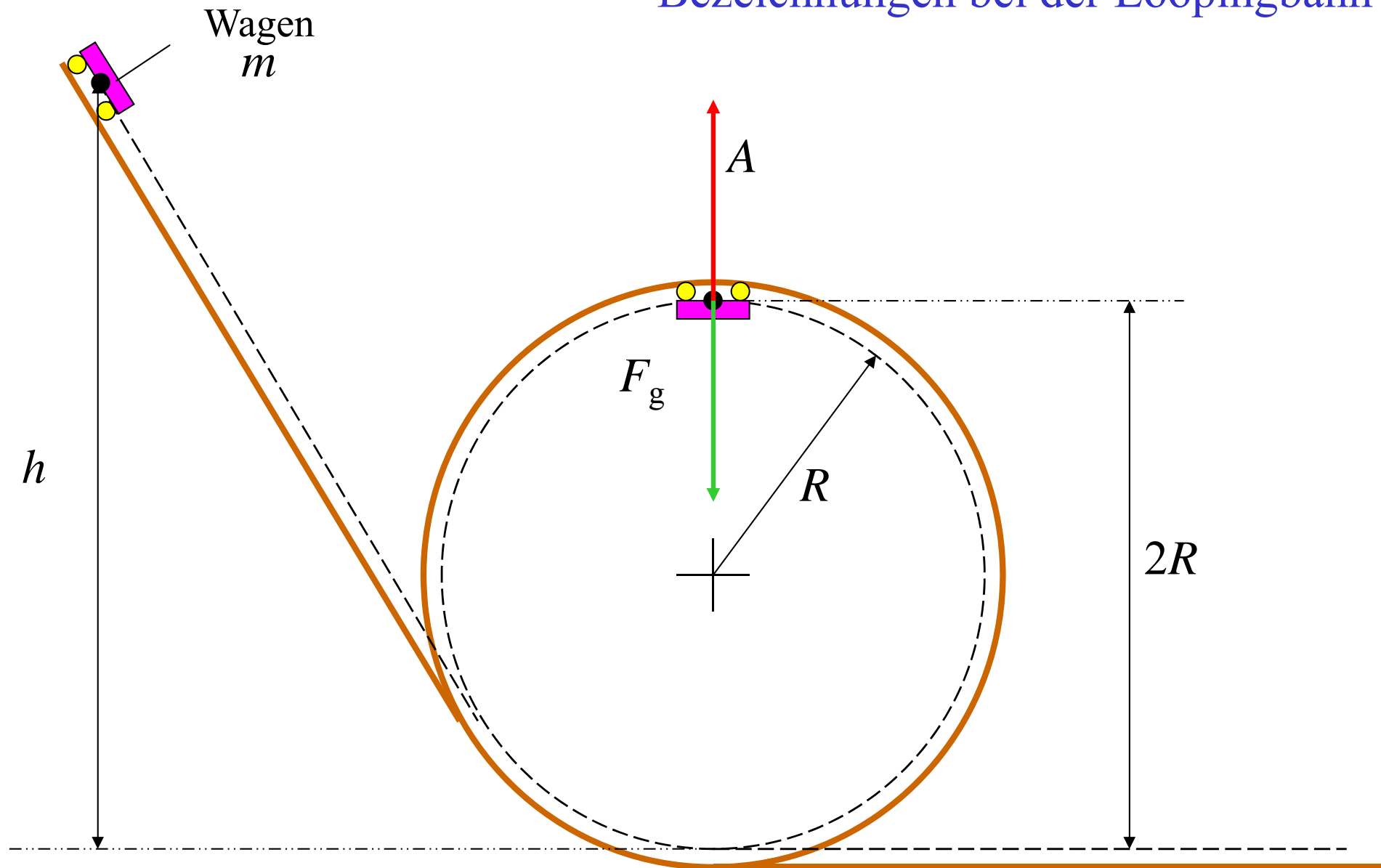
Im Looping will der Wagen sich zu jedem Zeitpunkt geradlinig gleichförmig weiterbewegen. Die Bahn zwingt ihn jedoch auf eine Kreisbahn, so dass auf ihn eine Zentripetalbeschleunigung wirkt.

Bei hinreichend hoher Geschwindigkeit überwiegt die resultierende Anpresskraft A die Gewichtskraft - der Wagen fällt nicht aus dem Looping.





Bezeichnungen bei der Loopingbahn





Aufgabe zur Loopingbahn:

Ein Wagen der Masse m startet in einer Höhe h auf einer schrägen Rampe und durchläuft eine vertikale, kreisrunde Bahnschleife („Looping“). Wie groß muß h sein, damit der Wagen im höchsten Punkt des Loopings nicht herunterfällt?

Im obersten Punkt der Kreisbahn wirkt die Schwerkraft

$$F_g = m g \quad (g = 9.81 \text{ m/s}^2)$$

und ihr entgegengesetzt ist die Anpresskraft = Masse x Zentripetalbeschleunigung:

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{e}_\perp = R \omega^2 \vec{e}_\perp$$

Dann ist die Anpresskraft A

$$\vec{F}_z = m \vec{a} = m \frac{v^2}{R} \vec{e}_\perp$$

Da die Kräfte im Scheitelpunkt der Bahn entgegengesetzt gerichtet sind, genügt es, mit den Beträgen zu rechnen. Die Zentrifugalkraft ist dann:

$$A = m \frac{v^2}{R}$$



und es ergibt sich sofort:

$$F_z = F_g$$
$$m \frac{v^2}{R} = m g \quad \Rightarrow \quad v^2 = g R \quad (*)$$

Um die Geschwindigkeit zu berechnen, betrachten wir die potentiellen Energien. Im Startpunkt gilt

$$E_{\text{pot}}^{\text{Start}} = m g h$$

Im Scheitelpunkt ist

$$E_{\text{pot}}^{\text{Loop}} = m g (2R)$$

Die Differenz hat sich in kinetische Energie gewandelt, also

$$\Delta E_{\text{pot}} = m g (h - 2R) = \frac{1}{2} m v^2$$
$$\Rightarrow v^2 = 2g(h - 2R)$$

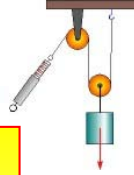
Mit (*) folgt daraus sofort

$$2(h - 2R) = R$$

Auflösen liefert schließlich für die gesuchte Mindesthöhe

$$h = \frac{5}{2} R$$

Wegen der unvermeidlichen Reibung sind leicht größere Werte erforderlich.



Bemerkung:

Die Erhaltung der Energie gilt natürlich generell und ist nicht nur auf die mechanischen Energieformen beschränkt.

Treten jedoch nur sog. konservative Kräfte auf, so bleibt die Energie in den mechanischen Energieformen erhalten.

Tritt dagegen Reibung auf, so wird Energie aus den mechanischen Energieformen herausgezogen und in Wärme verwandelt, bis beispielsweise ein Bewegungsvorgang völlig zum Erliegen kommt.

Beispiel: Federpendel!!

Ganz allgemein gilt für die Energieerhaltung:

$$E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} + E_{\text{"andere"}} = E$$

Dabei bezeichnet $E_{\text{"andere"}}$ bisher noch nicht behandelte, andere Energieformen.



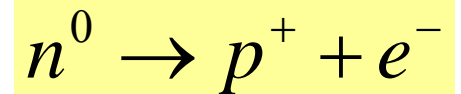
Hinweis:

Die Energieerhaltung ist im strengen Sinne nicht beweisbar! Empirisch wurde jedoch noch nie Verletzung gefunden.

Beispiel: β -Zerfall

ursprünglicher experimenteller Befund

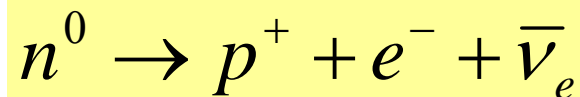
Neutron zerfällt in Proton+Elektron.



Energiemessungen ergaben jedoch, dass die Energiebilanz vor und nach dem Zerfall nicht stimmte.

Verletzung der Energieerhaltung?

Diese Annahme tat einigen Physikern so weh, dass Pauli 1930 kurzerhand ein weiteres Teilchen postulierten, das die fehlende Energie mit sich wegführen sollte.



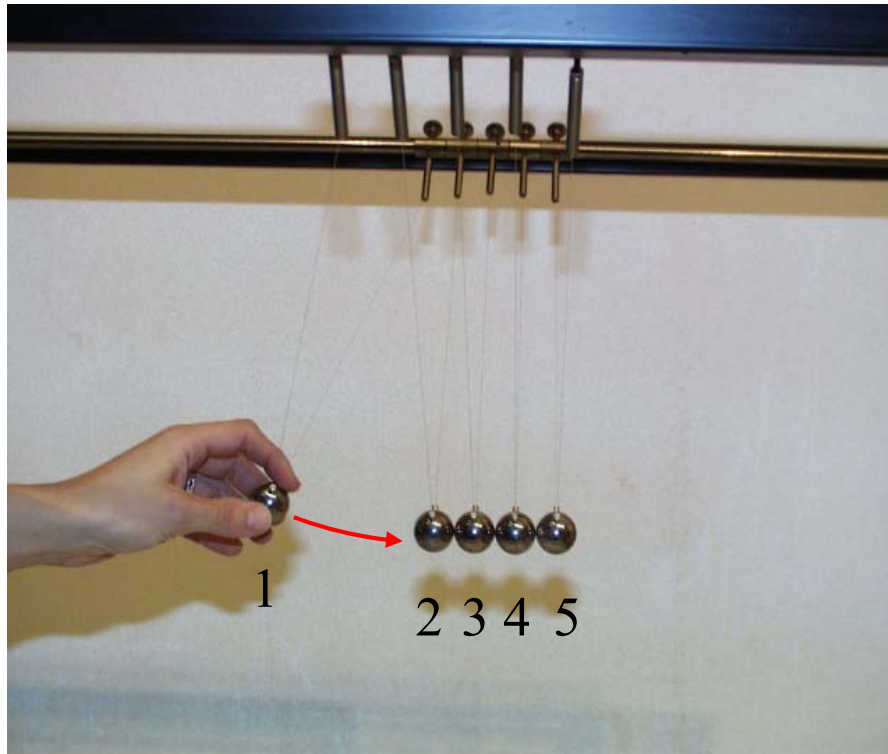
$\bar{\nu}_e$ Elektron - Antineutrino

Das Neutrino besitzt eine so geringe Wechselwirkung mit Materie, dass seine Existenz lange Zeit Postulat blieb. Erst 1956 konnte es schließlich nachgewiesen werden.

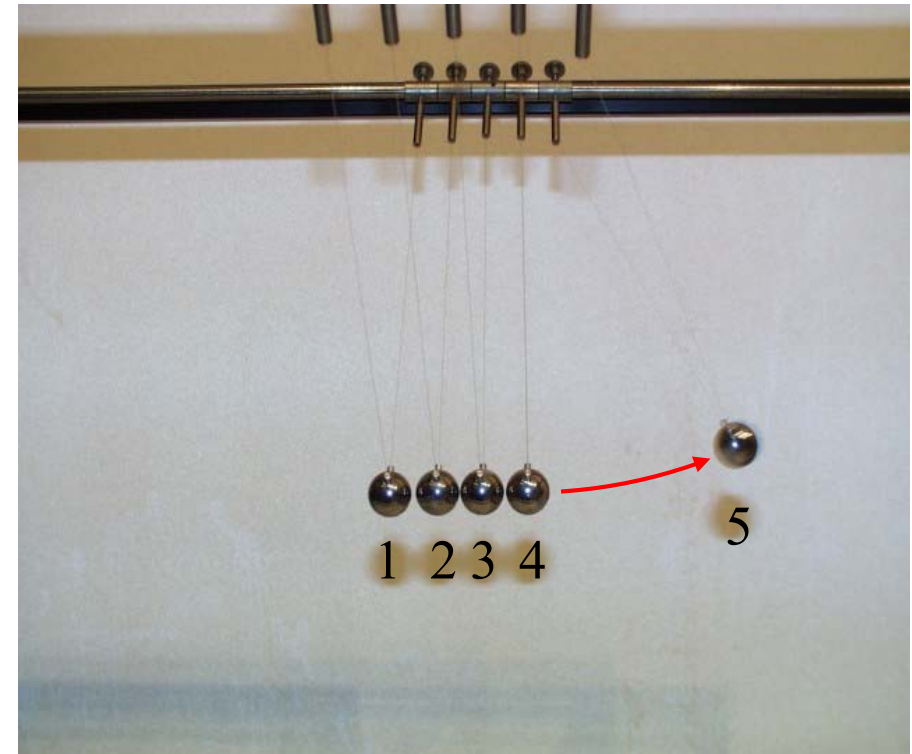


Impulserhaltung

Versuch: Stoß einer Kugelreihe



Die Kugel 1 stößt auf die Reihe von vier anderen, zunächst ruhenden Kugeln. Alle Kugeln haben dieselbe Masse.



Nach dem Stoß kommt die erste Kugel zur Ruhe, der Stoß pflanzt sich durch die Kugelreihe fort und stößt zuletzt die 5. Kugel ab.



Satz von der Erhaltung des Impulses

In einem *abgeschlossenen* System mit N Körpern bleibt die Summe der Impulse immer erhalten, unabhängig von der Art der stattfindenden Stöße

$$\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \text{const.}$$

Abgeschlossenes System: Es greifen keine externen Kräfte an!!



Die Impulserhaltung ist ebenfalls eine Folge der Newton'schen Axiome:

2. Newton-Axiom:
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow \sum_{i=1}^N \vec{F}_i = \sum_{i=1}^N \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i$$

Wegen des 3. Newton'schen-Axioms gibt es in einem *abgeschlossenen* System zu jeder Kraft F_i eine Gegenkraft $-F_i$,
d.h. die Wechselwirkungen der N Kräfte untereinander kompensieren sich.

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^N \vec{F}_i = \vec{0} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i \Rightarrow \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \text{const.}$$



Definition einer neuen Größe:

Schwerpunkt – center-of-mass

$$\vec{R} = \frac{1}{M} (m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_N \vec{r}_N)$$

$$M = m_1 + m_2 + \dots + m_N$$

Bewegung des Schwerpunkts:

$$M \ddot{\vec{R}} = (m_1 \ddot{\vec{r}}_1 + m_2 \ddot{\vec{r}}_2 + \dots + m_N \ddot{\vec{r}}_N) = \vec{F}_{ext,1} + \vec{F}_{ext,2} + \dots + \vec{F}_{ext,N} = \vec{F}_{ext}$$

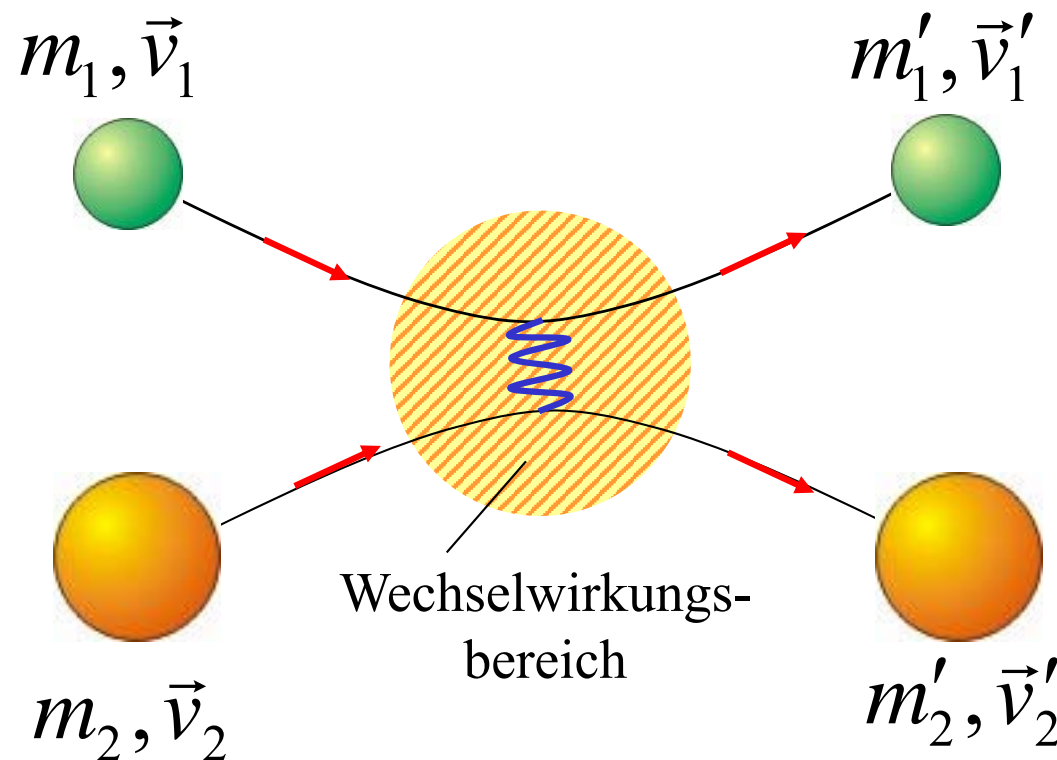
Der Schwerpunkt eines Körpers bewegt sich wie ein Teilchen, in dem die gesamte Masse der Objekte, die den Körper aufbauen, konzentriert ist und an dem die äußere Kraft angreift. Die internen Wechselwirkungen kompensieren sich wegen actio=reactio.

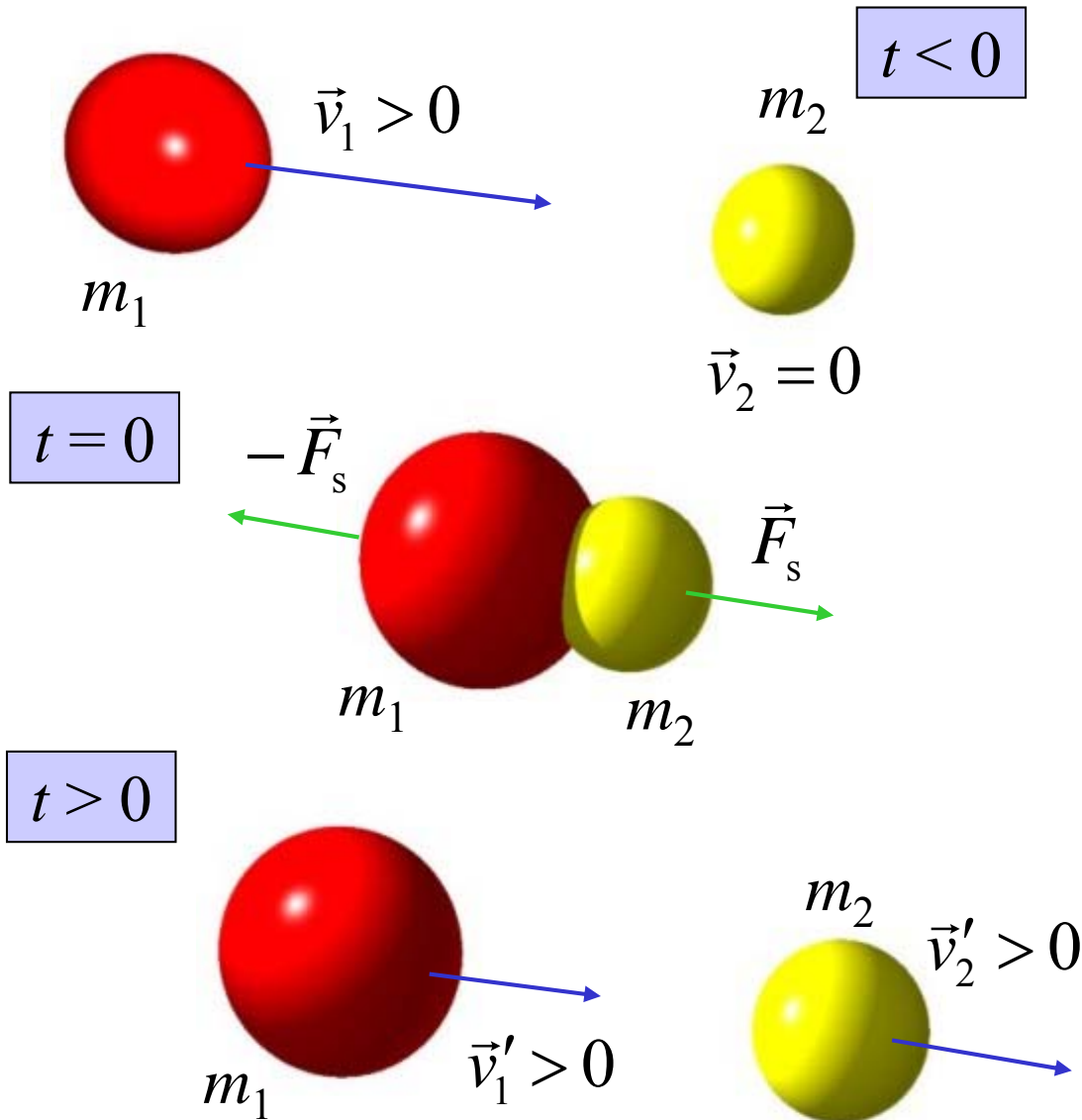


Energie- und Impulserhaltung sind von entscheidender Bedeutung bei der Behandlung von Stoßprozessen.

Stöße

Bewegte Körper können untereinander **Stöße** ausführen. Dabei ändert sich im allgemeinen deren Geschwindigkeit und Richtung.

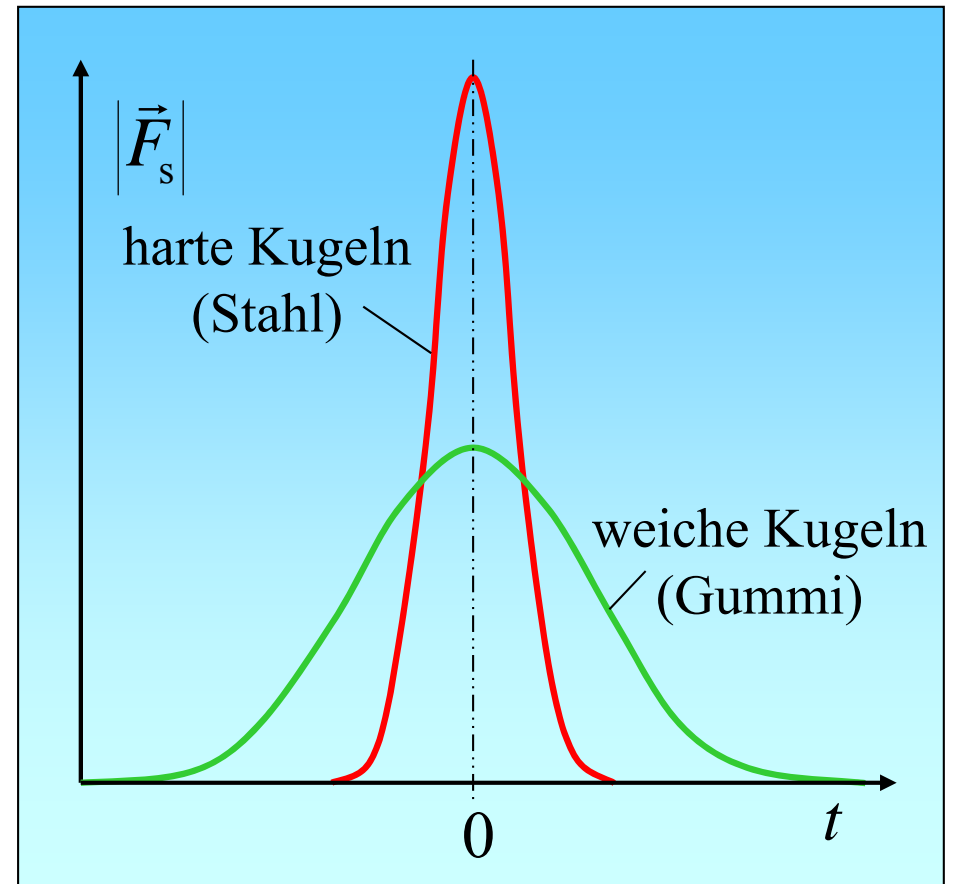




Daraus folgt wie bisher
(2. Newton'sches Gesetz)

$$\vec{F} = m \ddot{\vec{r}} = m \dot{\vec{v}} = \dot{\vec{p}}$$

Beim Stoß ist der Kraftverlauf





Dabei gilt für den sog. „Kraftstoß“

$$\int_{\text{Stahl}} \vec{F}(t) dt = \int_{\text{Gummi}} \vec{F}(t) dt$$

Was bedeutet der Kraftstoß

$\int \vec{F}(t) dt$ physikalisch ?

Nach dem 2. Newton'schen Gesetz ist

$$\vec{F} = m \ddot{\vec{r}} = m \dot{\vec{v}} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$m d\vec{v} = \vec{F} dt$$

$$m \int_{\vec{v}_1}^{\vec{v}_2} d\vec{v} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = \Delta \vec{p}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \Delta \vec{p}$$

d.h. durch den Kraftstoß wird der Impuls einer Masse *verändert*.

Es gibt zwei prinzipiell unterschiedliche Arten von Stößen:

1. Der **elastische Stoß**

dabei bleibt die mechanische Energie erhalten.

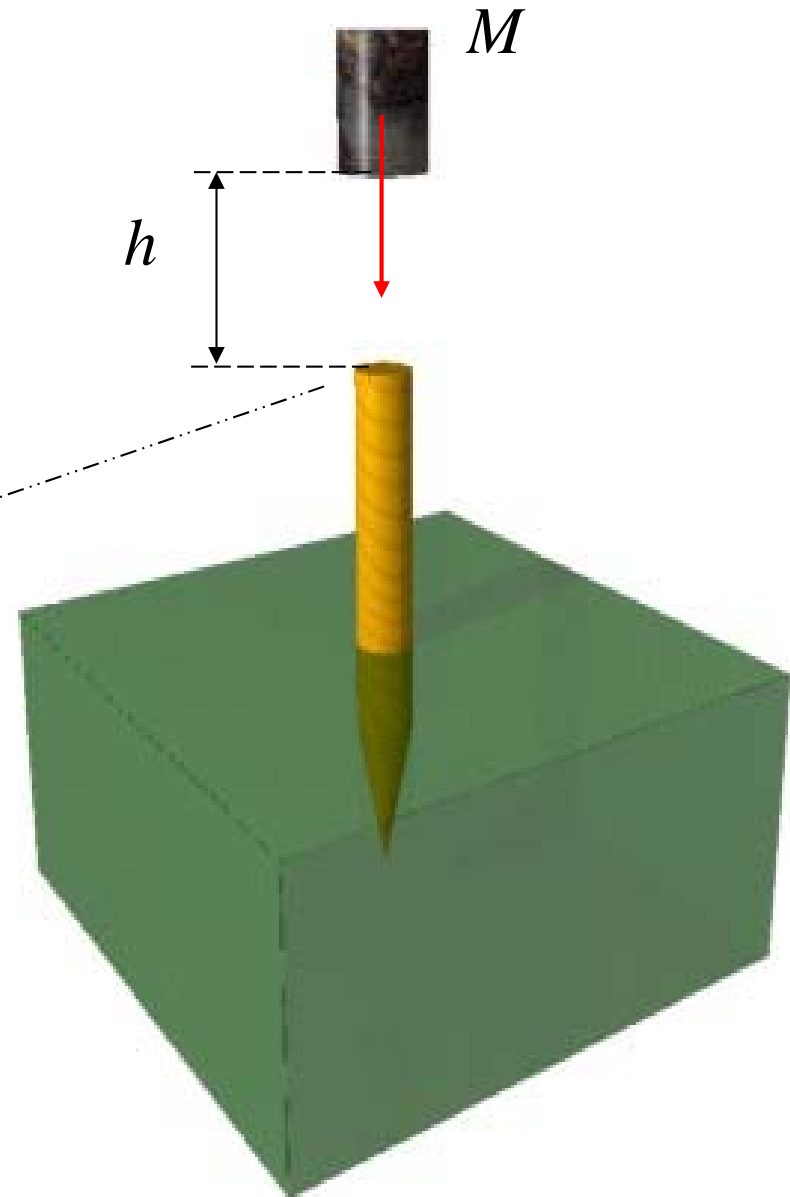
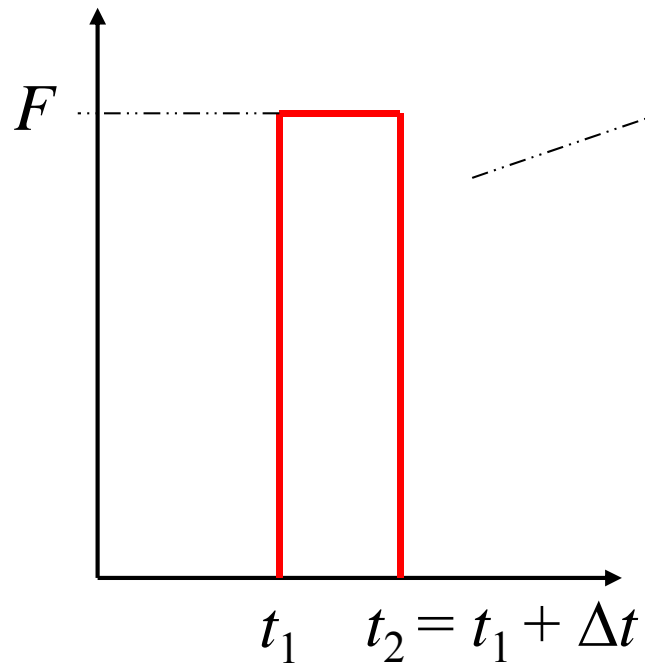
2. Der **inelastische Stoß**

dabei wird ein Teil der Energie z.B. in Wärme umgewandelt



Beispiel: Die Ramme

Aus der Höhe h wird die Masse M auf dem Pfahl fallengelassen. Nach dem Aufprall wird sie in der Zeit Δt gestoppt. Wie groß ist die Kraft F ?





Die Geschwindigkeit beim Aufprall ist:

$$v_1 = g t_1, \quad h = \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$\Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad v_1 = \sqrt{2gh}$$

Berechnung der Kraft:

$$\int_{t_1}^{t_2} F(t) dt = F(t_2 - t_1)$$
$$= F \Delta t = M(v_2 - v_1)$$

Mit $v_2 = 0$ folgt:

$$F = \frac{M v_1}{\Delta t} = \frac{M \sqrt{2gh}}{\Delta t}$$

Zahlenbeispiel:

$$M = 1000 \text{ kg,}$$

$$h = 8.5 \text{ m,}$$

$$\Delta t = 0.01 \text{ s}$$

Einsetzen liefert

$$F = \frac{1000 \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 8.5} \text{ kg m}}{0.01 \text{ s}^2}$$
$$= 1.3 \cdot 10^6 \text{ N}$$