Inhalt der Vorlesung A1

1. Einführung

- Methode der Physik
- Physikalische Größen
- Übersicht über die vorgesehenen Themenbereiche

2. Teilchen

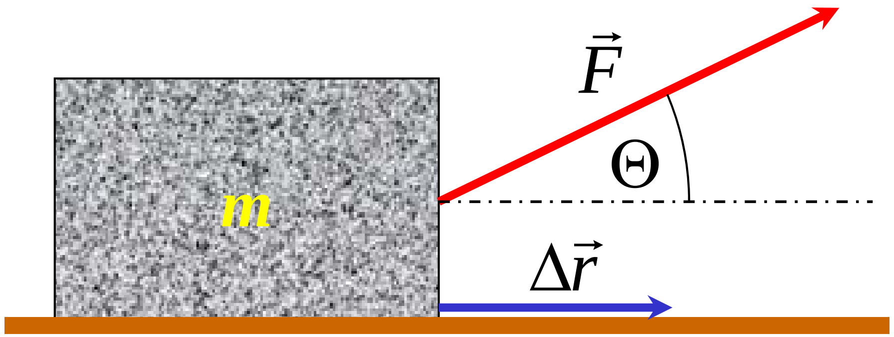
A. Einzelne Teilchen

- Beschreibung von Teilchenbewegung
  - Kinematik: Quantitative Erfassung
  - Dynamik: Ursachen der Bewegung
- Kräfte
- Arbeit + Leistung, Energie
- Erhaltungssätze: Impuls+Energieerhaltung
- Drehbewegung
- Schwingungen, harmonischer Oszillator

Arbeit + Leistung - Energie

Definition der Arbeit

Auf einen Körper wirke die Kraft $\vec{F}$, die ihn um die Strecke $\Delta\vec{r}$ verschiebt.



Dann ist die geleistete **Arbeit** gleich dem Skalarprodukt aus dem Kraft- und dem Verschiebungsvektor:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F\, \Delta r \cos\Theta$$

„Arbeit = Kraft • Weg“

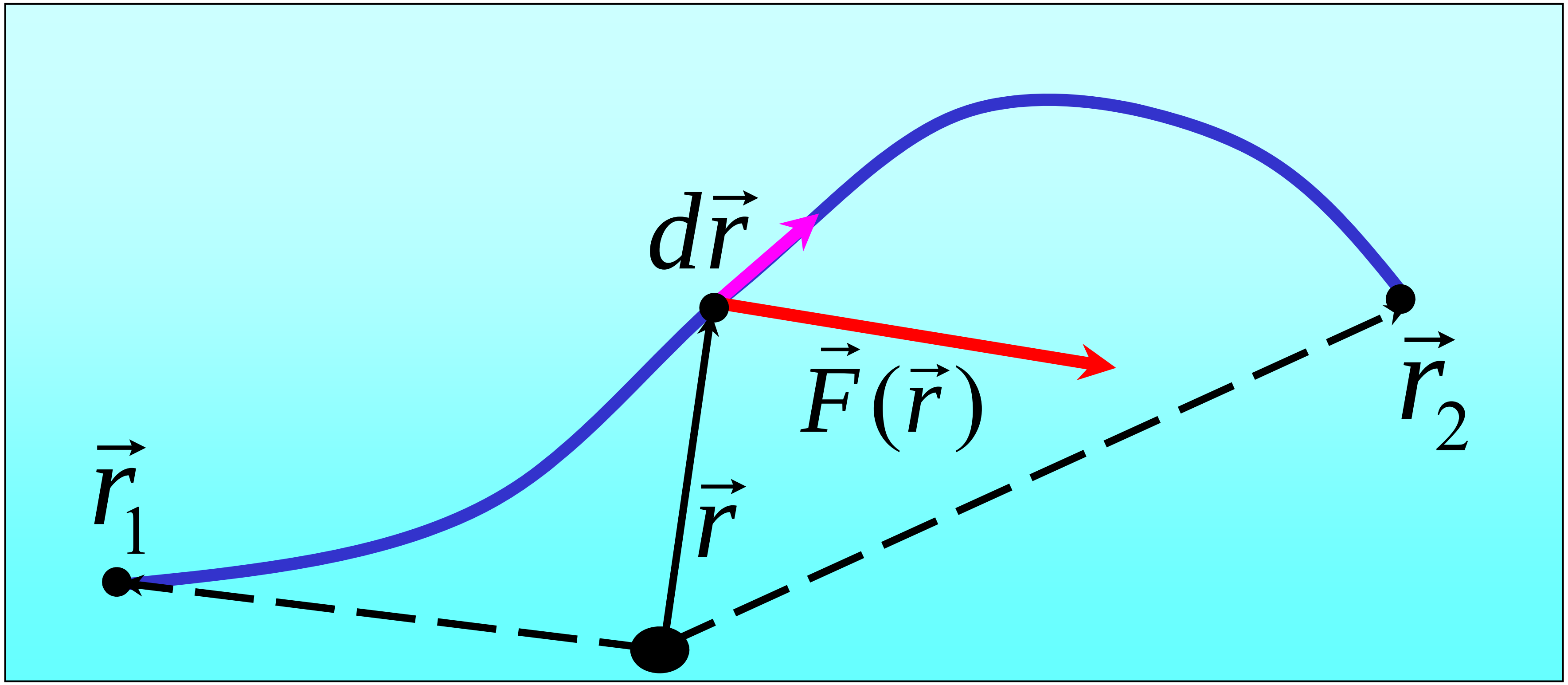
Diese Beziehung gilt nur, wenn die Kraft entlang der Verschiebung konstant ist.

Die Einheit der Arbeit ist

$$[W] = 1\ \text{Joule} = 1\ \text{J} = 1\ \text{N m} = 1\ \text{kg m}^2/\text{s}^2$$

Wenn die Kraft entlang der Verschiebung nicht konstant ist, oder wenn der Weg gekrümmt ist, muss bei der Berechnung der Arbeit über „infinitesimale Teilarbeiten“ summiert bzw. integriert werden.

Ein Körper werde vom Ort $\vec{r}_1$ nach $\vec{r}_2$ entlang des blauen Weges verschoben. Dabei wirke am Ort $\vec{r}$ die Kraft $\vec{F}(\vec{r})$. Wie groß ist die dafür nötige Arbeit?



Wenn am Punkt $\vec{r}$ der Körper um ein „differentielles Stück“ $d\vec{r}$ verschoben wird, dann wird dafür die Arbeit benötigt:

$$dW = \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

Aufsummieren, d.h. Integrieren, über all diese Beiträge ergibt:

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

Leistung

Die auf die Zeit bezogene Arbeit ist als Leistung definiert:

$$\boxed{P = \frac{dW}{dt}}$$

„Leistung = Arbeit pro Zeit“

Damit ist die Arbeit auch

$$W = \int_{t_0}^{t_1} P(t)\,dt$$

Die Einheit der Leistung ist:

$$[P] = 1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 1\,\frac{\mathrm{N\,m}}{\mathrm{s}} = 1\,\mathrm{Watt} = 1\,\mathrm{W}$$

$$\text{früher}: \quad 1.36\,\mathrm{PS} = 1\,\mathrm{kW}$$

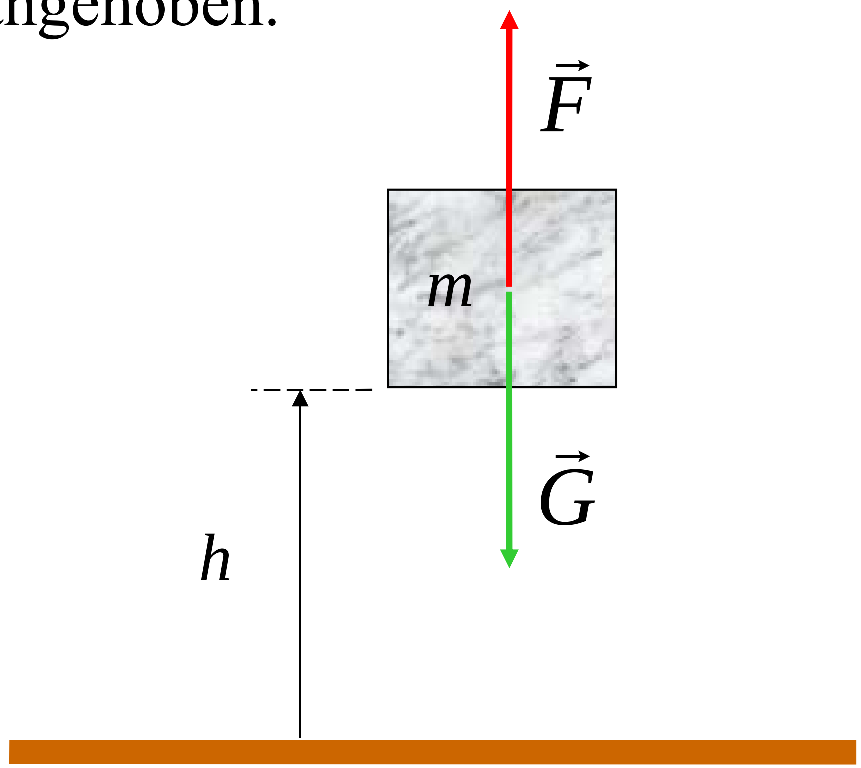
Energie

Arbeit $\Leftrightarrow$ Energie

Umwandlung

Potentielle Energie

(1) Eine Masse wird um die Höhe *h* angehoben.



Die zum Heben der Masse erforderliche Kraft ist: $\vec{F} = -\vec{G} = m\,\vec{g}$

Daraus ergibt sich die Arbeit: $W = m\,g\,h$

Die Arbeit W ist aufzubringen, um die Masse m in die Höhe h zu bringen. Dort ist die aufgewendete Arbeit quasi „gespeichert“. Man sagt,dass die Masse ihre potentielle Energie im Schwerefeld erhöht hat um den Betrag

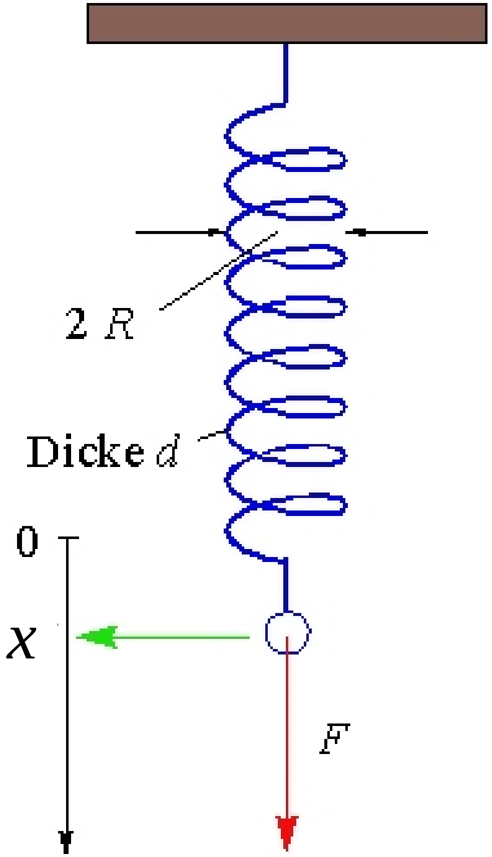
$$E_{\text{pot}} = W = m\,g\,h$$

Ganz allgemein ist:

„Energie = gespeicherte Arbeit“

Dehnung einer Feder

<u>Beispiel:</u>
mechanische Taschenuhr



Eine Feder wird durch Kraft F um die Länge x gedehnt. Es gilt das Hooke‘sche-Gesetz:

$$D = \frac{F}{x} \quad \Rightarrow \quad F(x) = D\,x$$

Die hierfür aufgewendete Arbeit ist dann

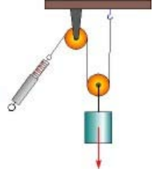
$$W = \int_0^x F(\tilde{x})\,d\tilde{x} = D\int_0^x \tilde{x}\,d\tilde{x} = D\left[\frac{\tilde{x}^2}{2}\right]_0^x$$

Also muß die Arbeit

$$\boxed{W = \frac{1}{2} D\,x^2}$$

geleistet werden, um eine Feder um die Länge x zu verlängern.

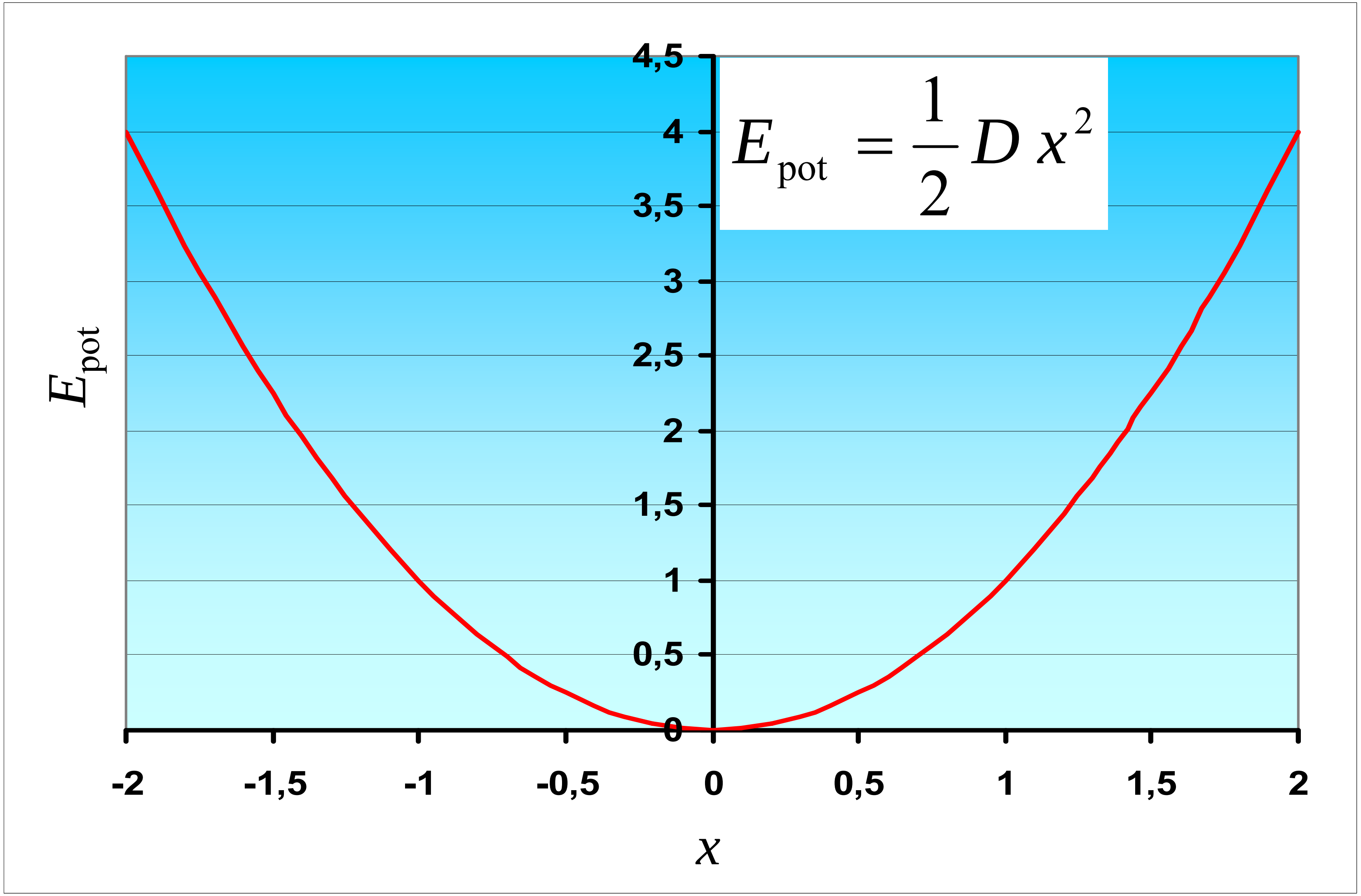
Auch in diesem Fall ist die Arbeit in Form von potentieller Energie in der Feder gespeichert. Durch Entspannen kann die Energie wieder freigesetzt und in Arbeit umgewandelt werden.



Allgemein gilt also, wenn eine Feder um den Wert x gedehnt oder zusammengedrückt wird:

$$W(x) = \frac{1}{2} D\, x^2$$

Potentielle Energie oder „Potential" einer Feder:



Kommen wir noch einmal auf die Definition der Arbeit W zurück

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = E_{pot}$$

Durch Leisten dieser Arbeit wird potentielle Energie E_{pot} erzeugt.

Umgekehrt kann aus der potentiellen Energie die Kraft, gegen deren Wider- man die Änderung durchgeführt hat, abgeleitet werden:

1-D

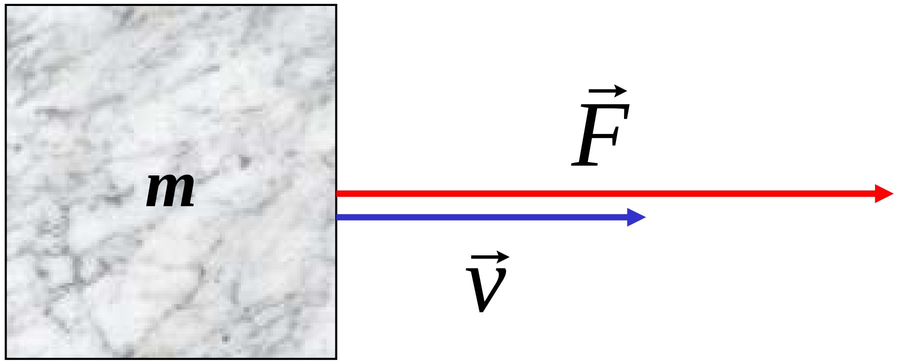
$$dE_{pot} = F \cdot dx = -F_{G/F} \cdot dx \quad \Rightarrow \quad F_{G/F} = -\frac{dE_{pot}}{dx}$$

3-D

$$\vec{F}_{G/F} = -\left(\frac{dE_{pot}}{dx}, \frac{dE_{pot}}{dy}, \frac{dE_{pot}}{dz} \right)$$

Kinetische Energie

Auf eine sich frei im Raum bewegende Masse wirkt die Kraft *F*.



Nach dem 2. Newton'schen Gesetz wird sie dadurch beschleunigt:

$$\vec{F} = m\,\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Wir betrachten zunächst den eindimensionalen Fall und können die Vektorpfeile weglassen.

Für die Arbeit dW entlang des Wegelementes dx gilt dann einfach

$$dW = F\,dx = m\frac{dv}{dt}dx$$

$$= m\frac{dv}{dt}\frac{dx}{dt}dt = m\frac{dv}{dt}v\,dt$$

Nach der Kettenregel der Differentialrechnung gilt für die Funktion $v(t)$:

$$\frac{d}{dt}\left(v^2\right) = 2\,v\,\frac{dv}{dt}$$

Damit ergibt sich

$$v\,\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(v^2\right)$$

und für die Arbeit dW

$$dW = m\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(v^2\right)dt$$

Die Gesamtarbeit erhält man wieder durch Integration über alle „Einzel-arbeiten“:

$$W = \frac{1}{2}m\left[v^2\right]_{v_\mathrm{A}}^{v_\mathrm{E}}$$

$$= \frac{1}{2}m\,v_\mathrm{E}^2 - \frac{1}{2}m\,v_\mathrm{A}^2$$

Wenn eine Masse m aus der Ruhelage ($v_\mathrm{A} = 0$) bis zu einer Geschwindigkeit $v_\mathrm{E} = v$ beschleunigt wird, dann ist dafür die Arbeit

$$\boxed{W = \frac{1}{2}m\,v^2}$$

erforderlich. Diese Arbeit ist in Form von „kinetischer Energie“ in der bewegten Masse gespeichert.

Eine sich mit der Geschwindigkeit v bewegende Masse hat also die kinetische Energie

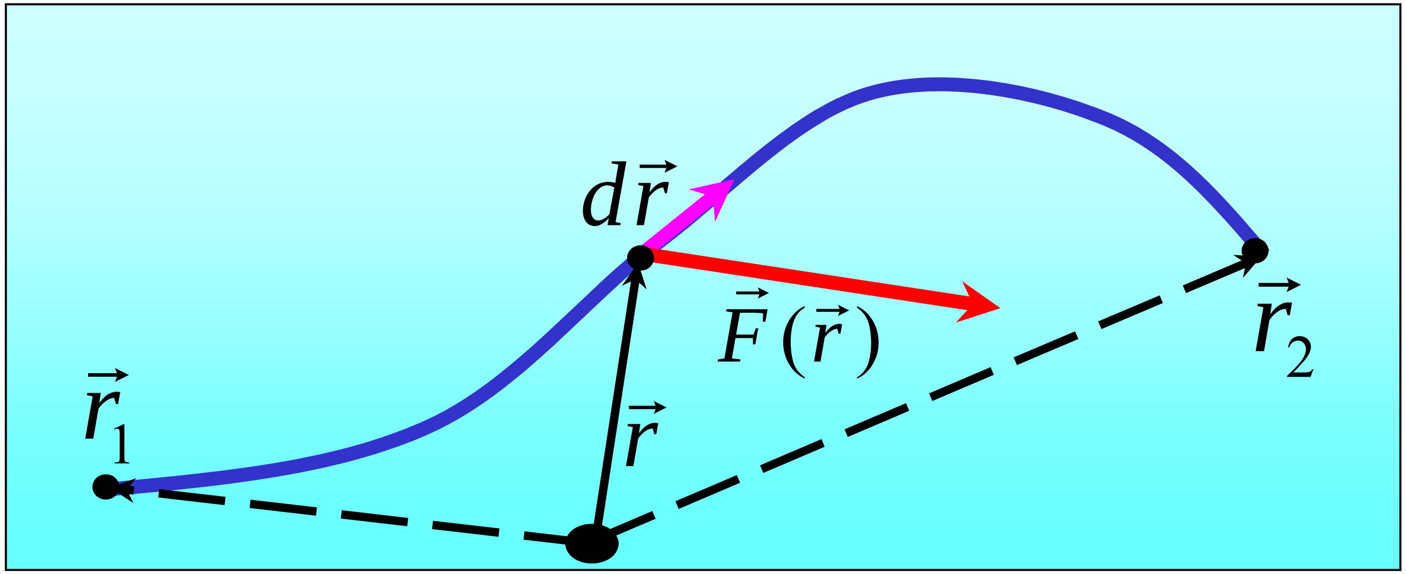
$$E_\mathrm{kin} = \frac{1}{2}m\,v^2$$

Wiederholung

Definition der Arbeit

„Arbeit = Kraft • Weg"

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$



$[W] =$ 1 Joule = 1 J = 1 N m = 1 kg m^2/s^2

Definition der Leistung

„Leistung = Arbeit pro Zeit"

$$P = \frac{dW}{dt}$$

$$W = \int_{t_0}^{t_1} P(t)\, dt$$

$[P] =$ 1 Watt = 1 W = 1 N m/s

Energie

Geleistete Arbeit wird in Energie umgewandelt

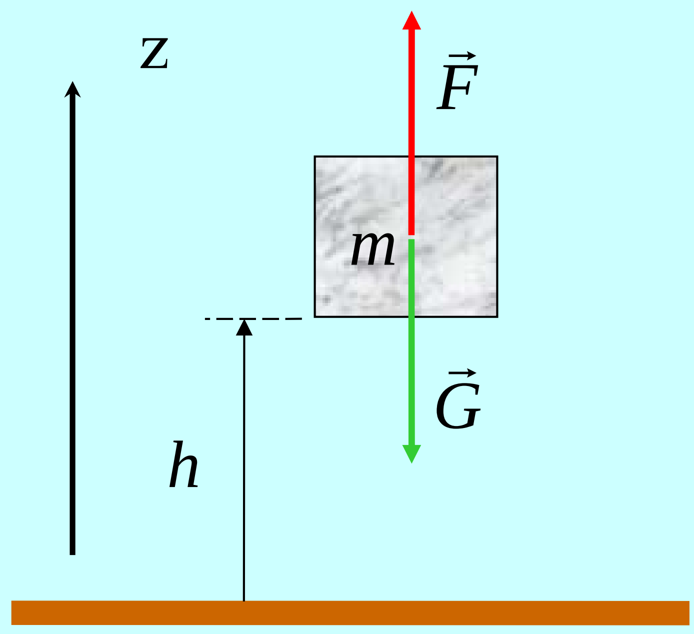
Arbeit $\Leftrightarrow$ Energie
Umwandlung

Berechnung der Energie:
Arbeit, die durch Anwendung einer Kraft geleistet werden muss.

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \int_0^h F \cdot dz$$

$$= -\int_0^h G \cdot dz = \int_0^h mg \cdot dz = mgh = E_{pot}$$

$$F = \frac{dW}{dz} \Rightarrow G = -\frac{dW}{dz} = -\frac{dE_{poz}}{dz}$$



$$\vec{F} = -\vec{G} = m\,g\hat{z}$$

hier: Unterscheidung zwischen mechanischen Energieformen und Wärme

Mechanische Energieformen:

Potentielle Energie im Schwerefeld

$$E_{\mathrm{pot}} = m\,g\,h$$

einer Feder

$$E_{pot} = \frac{1}{2} D\,x^2$$

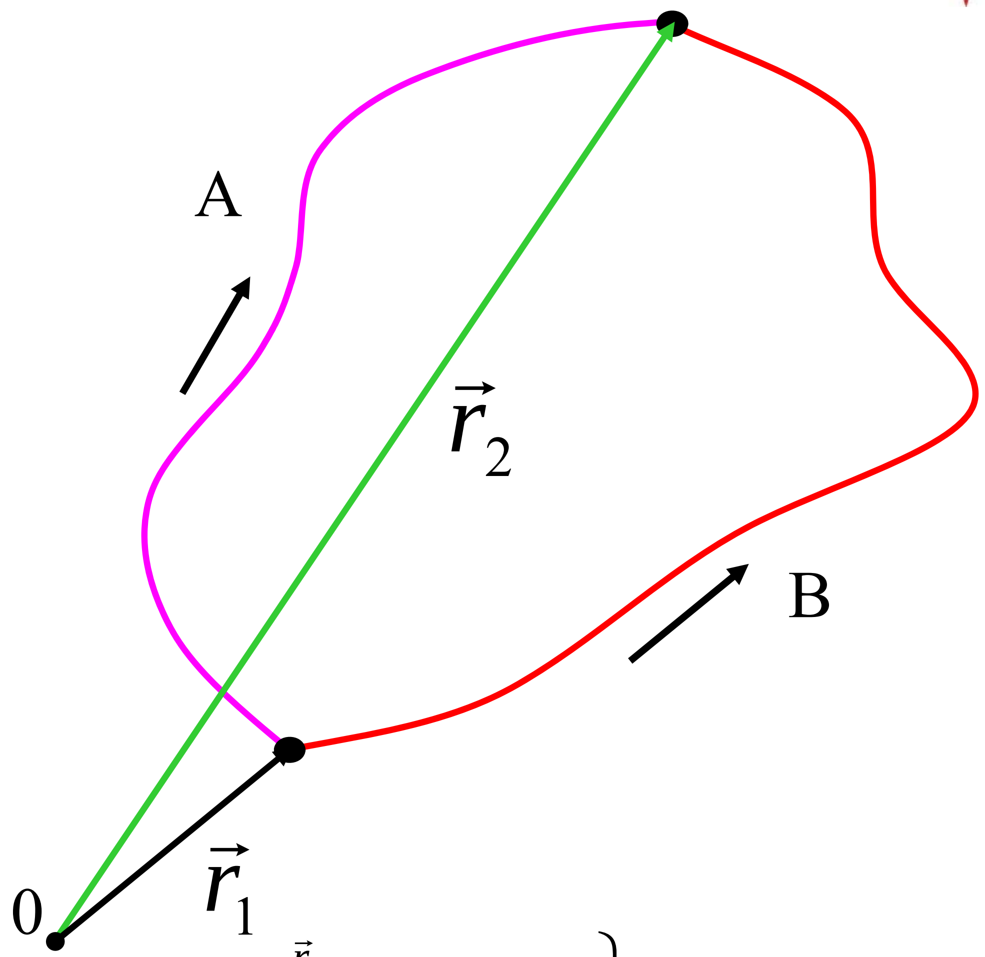
Kinetische Energie

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m\,v^2$$

Diese Energien können sehr leicht wieder in Arbeit umgewandelt werden, auch in periodischen Prozessen!

Tritt Reibung auf, so muss natürlich auch Arbeit geleistet werden. Diese Arbeit wird jedoch nicht in mechanische Energie, sondern in Wärme umgewandelt!

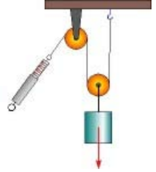
In der Regel hängt die von einer Kraft $\vec{F}$ geleistete Arbeit vom gewählten Weg zwischen dem Anfangs- und Endpunkt ab.



Hängt die Arbeit *nicht* vom Weg ab, sondern nur vom Anfangs- und End-punkt, so nennt man die beteiligten Kräfte „konservative Kräfte“.

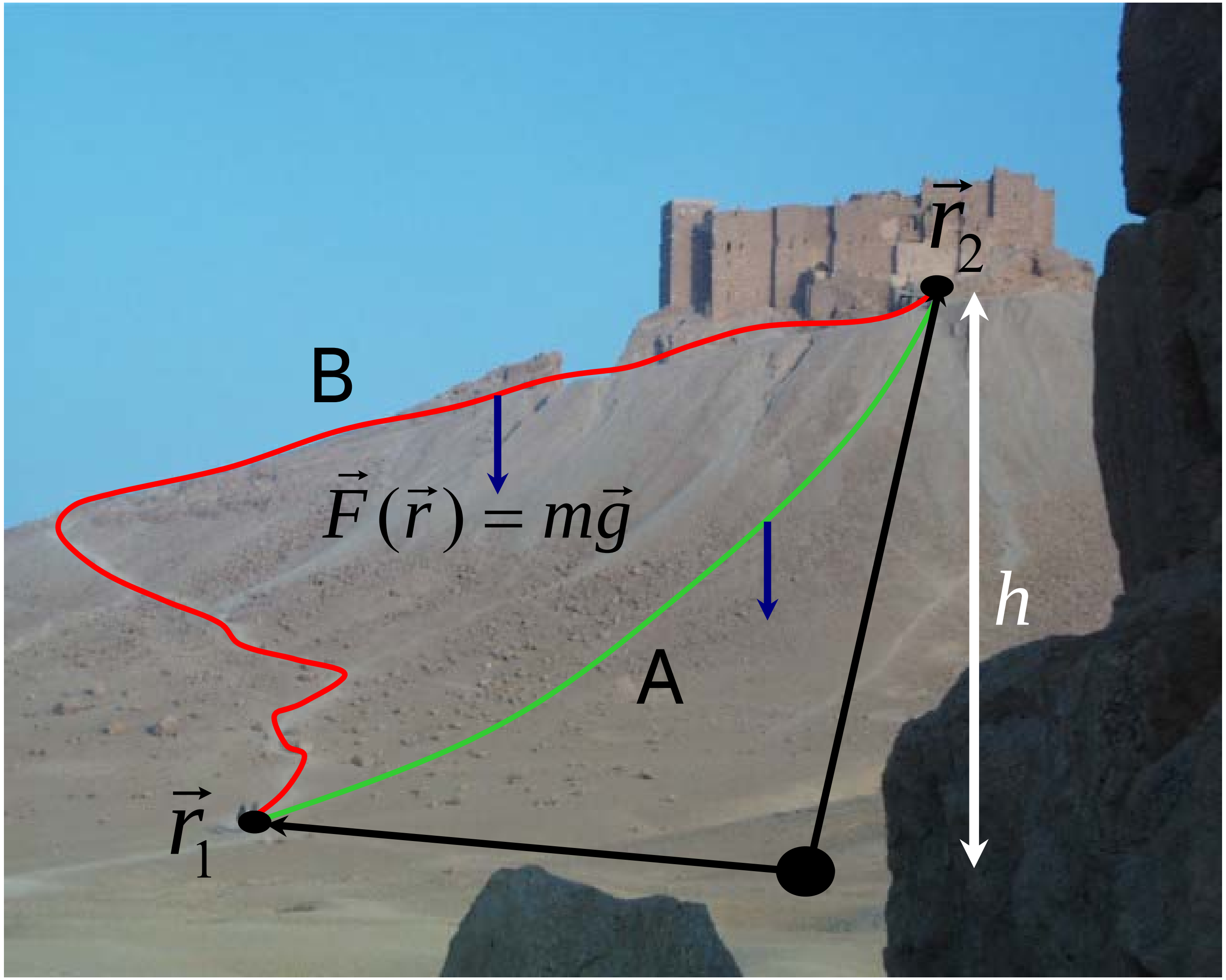
$$\left.\begin{aligned} W_A &= \int_{\vec{r}_1,A}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r})\cdot d\vec{r} \\ W_B &= \int_{\vec{r}_1,B}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r})\cdot d\vec{r} \end{aligned}\right\} \quad W_A = W_B\,?$$

Solche Kräfte lassen sich aus Potentialen=potentiellen Energien ableiten.



Beispiel: Bewegung im homogenen Gravitationsfeld der Erde

Die potentielle Energie war: $E_{pot} = mgh$; sie hängt nur von der Höhe h ab.



$$W_A = \int_{\vec{r}_1, A}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

$$W_B = \int_{\vec{r}_1, B}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

Beim Aufstieg zur Zitadelle ist die benötigte Arbeit unabhängig davon, ob der Weg A oder B gewählt wird, d.h. $W_A = W_B$.

Zusammenhang Kraft-potentielle Energie

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = -\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}_{ext}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = E_{pot}$$

1-D

$$F_{ext} = -\frac{dE_{pot}}{dx}$$

3-D

$$\vec{F}_{ext} = -\left(\frac{dE_{pot}}{dx}, \frac{dE_{pot}}{dy}, \frac{dE_{pot}}{dz} \right)$$

Hinweis:

Der Wert der potentiellen Energie ist nur bis auf eine Konstante festgelegt. Physikalisch direkt messbar ist nur die Kraft, die durch die Addition der Kraft zur potentiellen Energie keine Änderung erfährt.

Bemerkung: Reibungskräfte lassen sich nicht aus einem Potential herleiten!

Erneut zeigt sich:

Wärme ist offenbar eine andere Form der Energie als die mechanischen Formen.

Qualitative Erklärung des Unterschieds:

kinetische Energie:
alle Teilchen, die einen makroskopischen Körper aufbauen, bewegen sich in die gleiche Richtung, d.h. es herrscht Ordnung im System!

potentielle Energie:
alle Teilchen bewegen sich, aber die Richtungen weisen keine Korrelation auf! Es herrscht Unordnung im System.

Es fällt wesentlich schwieriger, aus einem ungeordneten System Arbeit zu ziehen als aus einem geordneten System!